INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL

***CAMPUS* CAXIAS DO SUL**

ESTUDO DE FRAÇÕES POR MEIO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO COM ALUNOS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SIMONE SILVA NUNES

CAXIAS DO SUL

2018

SIMONE SILVA NUNES

ESTUDO DE FRAÇÕES POR MEIO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO COM ALUNOS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Projeto de pesquisa apresentado como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Caxias do Sul.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Greice da Silva Lorenzzetti Andreis – IFRS, *Campus* Caxias do Sul

CAXIAS DO SUL

2018

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul,
Campus Caxias do Sul

51
S972e

Nunes, Simone Silva
Estudo de frações por meio do pensamento algébrico com alunos do sexto ano do ensino fundamental [manuscrito] / Simone Silva Nunes; orientadora, Greice da Silva Lorenzzetti Andreis. -- Caxias do Sul, RS, 2018.

74 f.: il (colors.)

TCC (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do RS (IFRS), Caxias do Sul, 2018.

1. Licenciatura em matemática. 2. Pensamento Algébrico. 3. Frações. 4. Ensino fundamental. 5. Livro didático. I. Andreis, Greice da Silva Lorenzzetti . II. Título.

CDU 51

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Jaçanã Eggres Pando - CRB 10/1936

SIMONE SILVA NUNES

ESTUDO DE FRAÇÕES POR MEIO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO COM ALUNOS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

A banca examinadora, abaixo listada, aprova o Trabalho de Conclusão de Curso “ESTUDO DE FRAÇÕES POR MEIO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO COM ALUNOS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL” elaborado por “Simone Silva Nunes” como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – Campus Caxias do Sul.

Profa. Dra. Kelen Berra de Mello – IFRS, *Campus* Caxias do Sul

Prof. Me. Nícolas Moro Müller – IFRS, *Campus* Caxias do Sul

Profa. Dra. Simone Ossani – IFRS, *Campus* Caxias do Sul

Caxias do Sul, 20 de Novembro de 2018.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por guiar os meus passos e por me manter sempre benevolente a novos aprendizados.

Ao IFRS por me oportunizar a formação no curso de Licenciatura em Matemática.

À minha orientadora Profa. Dra. Greice da Silva Lorenzzetti Andreis por toda a atenção, paciência e dedicação. Este trabalho só tornou-se possível, pois tive sua assistência e suas inestimáveis contribuições.

Aos professores Dra. Kelen Berra de Mello, Me. Nicolas Moro Müller e Dra. Simone Ossani por fazerem parte da banca examinadora e por suas valiosas sugestões. Em especial, à Dra. Kelen Berra de Mello, que colaborou com o desenvolvimento das atividades aplicadas na presente pesquisa.

A todos os meus professores por toda contribuição para a minha formação.

Aos meus colegas e amigos pelas trocas de experiências e auxílios.

À minha grande amiga Simone Roberta Guterres, parceira para todas as horas. Nossos momentos de descontração e aprendizados são ímpares.

À Sra. Adriana Helena Boff Machado, diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Érico Veríssimo de Caxias do Sul, que me oportunizou desenvolver a proposta. À Profa. Franciele Lorenço, por ter confiado sua turma a mim e me proporcionado inúmeros ensinamentos. Aos alunos que com muita alegria aceitaram participar do projeto.

Aos meus amados pais, Jairo e Antonieta, por todo o amor que me deram e pela pessoa que me tornei. Agradeço também, por sempre cuidarem com tanto carinho do Theo. À minha querida irmã Fátima, por sempre ter uma palavra de incentivo e ser meu exemplo de força de vontade. Ao meu querido irmão Maurício, por ter me mostrado a imensidão do mundo e das oportunidades, me fazendo vislumbrar que este sonho, assim como outros, são possíveis de realizar.

Ao meu amado filho Theo, por abdicar de incontáveis momentos comigo para a realização deste trabalho e por me fazer sorrir nos momentos mais difíceis.

E, é simplesmente impossível descrever a importância do meu amado esposo Cleber, do qual me incentivou incansadamente, compreendeu minhas inúmeras falhas e me ouviu nos momentos de desespero. Enfim, ele me deu todo o suporte emocional e financeiro necessários para poder realizar este sonho.

Amo-os infinitamente.

Agradeço a todos que direta ou indiretamente colaboraram com a realização deste sonho.

RESUMO

Nesta pesquisa, de cunho qualitativo, buscou-se verificar a que nível o pensamento algébrico é abordado no sexto ano do ensino Fundamental no conteúdo de frações e propor uma sequência de atividades envolvendo este assunto. Buscando atingir tais objetivos, analisou-se o formalismo matemático, por meio de livros de Matemática pura que mostram o emprego para tal rigor. Analisou-se também trabalhos acadêmicos que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como, pesquisou-se a evolução da abordagem do conteúdo de frações em livros didáticos. A proposta foi aplicada com uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Caxias do Sul, procurando levantar reflexões acerca das características apresentadas pelos alunos em suas produções, indagações e atitudes. Foram aplicados um Pré-teste, uma sequência de atividades envolvendo o pensamento algébrico e um Pós-teste. Ao final, fez-se a análise dos resultados obtidos com tais atividades. Obteve-se como resultado um aumento de 5% no desempenho dos alunos, comparando seu desempenho no Pré e Pós-teste. Conclui-se, assim como trazem as literaturas estudadas, que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve iniciar o mais cedo possível, proporcionando ao aluno uma maior facilidade de entendimento de conceitos posteriores. Para tanto, isso precisa ser alicerçado nas escolas, pois os alunos apresentam uma determinada resistência, levando em consideração vários fatores que corroboraram para isso, conforme consta na presente pesquisa.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Frações. Ensino Fundamental. Livro Didático.

ABSTRACT

This qualitative research seeks to verify what is the level that the algebraic thinking is approached in the sixth year of the Elementary Learning in the fractions matter and propose a sequence of activities approaching this subject. Trying to reach these objectives, the mathematics formalism was analyzed, through Mathematics books that show the application for such rigor. Also, academic works which approach the algebraic thinking development were analyzed, as well, the evolution of the approach of the fractions matter in didactic books were researched. The proposal was applied in a sixth year class of the Elementary Learning in a state government school in Caxias do Sul, looking for raising reflections about what characteristics the students presented in their productions, questions and attitudes. A preliminary test was applied, a sequence of activities about the algebraic thinking and a posterior test. At the end, the analysis of the results was made with such activities. It was achieved as a general result an improvement of 5% in the students' performance, comparing their performance in the preliminary and posterior tests. In conclusion, supporting the studied literature, the algebraic thinking development must be started as soon as possible, promoting to the student a bigger capacity in the future understanding. Therefore, this needs to be well structured in the schools, because the students presented some resistance, taking in consideration many factors that converge for that, as it is shown in the presented survey.

Keywords: Algebraic Thinking. Fraction. Elementary Learning. Text Book.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Atividade que apresenta a representação simbólica……..…..……………..…………15
Figura 2 – Exercício que apresenta expressões algébricas utilizando o Tangram……….……….16
Figura 3 – Atividade que apresenta a representação algébrica...17
Figura 4 – Exemplo de definição generalizada para número racional………..…………..….18
Figura 5 – Exercício contendo a representação algébrica……………………...……………..18
Figura 6 – Atividade com representação algébrica…………………..……………….……...19
Figura 7– Exercício contendo frações equivalentes...21
Figura 8 – Exercício contendo frações equivalentes...21
Figura 9 – Atividade de frações equivalentes realizada pelo aluno U………………………...29
Figura 10 – Atividade de frações equivalentes realizada pelo aluno W……………...……29
Figura 11– Produção livre dos alunos com as peças do Tangram…………………….…..32
Figura 12 – Aluno manuseando o dado gigante durante a realização da atividade……..…..33
Figura 13 – Atividade do Pós-teste realizada pelo aluno G……………..……………….….36
Figura 14 – Atividade do Pós-teste realizada pelo aluno U…………………….…….….37
Figura 15 – Comparação dos Resultados dos alunos no Pré-teste e no Pós-teste………....38
Figura 16 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que consideraram fácil o conteúdo de frações…………………………………………………………………………………………...39
Figura 17– Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que consideraram difícil o conteúdo de frações…...………………...……………………………………...……………………..39
Figura 18 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que responderam entender as ordens dos exercícios apenas lendo……………………………………………………...……….40
Figura 19 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que responderam entender as ordens dos exercícios com a ajuda da professora……………………………………………………..40
Figura 20 – Tangram…………………………………………………...……...…………...54
Figura 21 – Possibilidades de construção com as peças do Tangram…………......……...54

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO………………………………………………………………………………….. **9**

2 EMBASAMENTO TEÓRICO……………………………………………………………… **12**

2.1 OBTENÇÃO DE RESULTADOS EM MATEMÁTICA………………………………..... 12

2.2 O PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ÂMBITO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM TRABALHOS ACADÊMICOS……………………………………………………………… 13

2.3 ABORDAGEM DE FRAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS…………………………....14

2.3.1 CONSIDERAÇÕES ACERCA DOS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS………... 24

3 METODOLOGIA……………………………………………………………………………. **25**

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS……………………………………………….. 25

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO………………………………………………………. **28**

4.1 ETAPA 1: OBSERVAÇÃO……………………………………………………………. 28

4.2 ETAPA 2: APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO E DO PRÉ-TESTE…………………....28

4.3 ETAPA 3: APLICAÇÃO DE ATIVIDADES……………………………………………..31

4.4 ETAPA 4: APLICAÇÃO DO PÓS-TESTE……………………………………………... 37

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS……………………………………………………………... **44**

REFERÊNCIAS…………………………………………………………………………….... **47**

APÊNDICE A – Termo de solicitação……………………………………………….... **49**

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido…………………………… **50**

APÊNDICE C – Questionário……………………………………………………………… **51**

APÊNDICE D – Plano de Aula 1: Pré-teste……………………………………………. **52**

APÊNDICE E – Plano de Aula 2…………………………………………………………… **55**

APÊNDICE F – Plano de Aula 3…………………………………………………………… **58**

APÊNDICE G – Plano de Aula 4…………………………………………………………… **61**

APÊNDICE H – Plano de Aula 5…………………………………………………………… **64**

APÊNDICE I – Plano de Aula 6: Pós-teste……………………………………………….. **68**

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é a linguagem que nos possibilita representar os fenômenos da natureza, proporcionando uma melhor percepção do mundo. Segundo D'Ambrosio (2012, p. 54), "Poderíamos dizer que a Matemática é o estilo de pensamento dos dias de hoje, a linguagem adequada para expressar as reflexões sobre a natureza e as maneiras de explicação". Do mesmo modo, pode-se reconhecer o pensamento algébrico como uma parcela da linguagem matemática.

Entende-se neste trabalho que o pensamento algébrico está relacionado com a capacidade de simbolização e com o estabelecimento de relações. Desse modo, como o pensamento algébrico é uma parcela da linguagem matemática, acredita-se que desenvolvendo tal pensamento, o aluno poderá obter maior facilidade de entendimento, considerando-se que a linguagem é a forma de expressar o pensamento. Acredita-se ainda, que se o pensamento algébrico for introduzido desde cedo, neste caso, no sexto ano do Ensino Fundamental, os conteúdos estudados pelo aluno terão mais sentido e, de acordo com seu progresso, ele estará favorável ao entendimento da generalização.

A introdução do pensar algebricamente desde o Ensino Fundamental propicia aos estudantes um melhor entendimento matemático, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1997, p. 55), é neste momento que "o pensamento ganha maior flexibilidade, o que lhes possibilita perceber transformações" e não apenas reconhecer a Álgebra como uma ferramenta para a resolução de equações, como entendia-se antigamente. Em concordância, Lins (2012, p. 102) aponta que "talvez a Matemática que tínhamos na escola só existisse dentro da escola". Além disso, o pensamento algébrico proporciona ao indivíduo ferramentas para entender o mundo, possibilitando a simbolização, a generalização e o estabelecimento de relações.

Hoje, o aprendizado da Álgebra é visto como um desafio tanto para o aluno que está tendo contato com algo novo, que exige mais formalidade, quanto para o professor que precisa despertar no aluno o interesse por este aprendizado. Segundo os PCNs (BRASIL, 1997, p. 39),

> Embora nas séries iniciais[1] já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritméticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação.

[1] Até 2009 empregava-se o termo séries iniciais para referir-se ao que hoje chamamos de anos iniciais (1º ao 5º ano). O mesmo vale para séries finais, hoje tratada como anos finais (6º ao 9º ano).

A ideia dessa pesquisa surgiu por meio de uma motivação pessoal. No decorrer da graduação no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, *Campus* Caxias do Sul, me deparei com certa dificuldade em algumas disciplinas que requeriam um desenvolvimento algébrico mais aprofundado. Como isso foi um aspecto apresentado por um grande número de estudantes do curso, no ano de 2017 foi implementado um novo Projeto Pedagógico para o curso de Licenciatura em Matemática[2]. Neste novo projeto, os licenciandos têm contato com o algebrismo desde o semestre de ingresso, o que pode vir a melhorar seu desempenho durante o curso. Se na graduação esta construção é importante, penso que também seja relevante trabalhar com esta construção desde o Ensino Fundamental, criando alicerces bem estruturados desde cedo, o que pode vir a possibilitar maior aprendizagem por parte dos estudantes.

O objetivo geral desta pesquisa consiste em verificar o nível de abordagem do pensamento algébrico no estudo de frações com uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Caxias do Sul, apresentando também uma proposta de atividade que envolva o pensamento algébrico e analisando os resultados de sua aplicação.

Para contemplar o objetivo geral proposto, os seguintes objetivos específicos foram traçados:

- Verificar em que nível o pensamento algébrico no estudo de frações é abordado no sexto ano do Ensino Fundamental, por meio da análise de livros didáticos.
- Aplicar uma avaliação Pré-teste para mensurar o conhecimento empírico referente ao pensamento algébrico no estudo de frações com uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental.
- Aplicar atividades envolvendo frações relacionadas ao pensamento algébrico.
- Aplicar uma avaliação Pós-teste.
- Verificar se o pensamento algébrico auxilia na construção de conceitos matemáticos relacionados a frações no sexto ano do Ensino Fundamental.
- Analisar os dados coletados.

Esta pesquisa está estruturada em 5 capítulos. No Capítulo 2 apresenta-se o embasamento teórico desta pesquisa, fazendo uma revisão de como os resultados matemáticos são produzidos na ciência, identificando a estrutura algébrica adotada nestas

---

[2] Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática. Disponível em: <http://matematica.caxias.ifrs.edu.br/wp-content/uploads/2015/11/PPC-LM-2017-julho.pdf>. Acesso em: 09 mar. 2018.

construções. Além disso, faz-se uma breve revisão sobre o uso do pensamento algébrico na atualidade. Na sequência, explora-se o uso do pensamento algébrico em livros didáticos que abordam o conteúdo de frações. A metodologia aplicada nesta pesquisa, bem como os procedimentos metodológicos são apresentados no Capítulo 3. Os Capítulos 4 e 5 são destinados à análise dos resultados obtidos e às reflexões sobre a pesquisa realizada.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

Nesta seção apresenta-se como os resultados matemáticos são construídos e também como a Matemática vem sendo abordada nos tempos atuais. Além disso, traz-se a abordagem do pensamento algébrico por meio de trabalhos acadêmicos e a abordagem de frações em livros didáticos.

2.1 OBTENÇÃO DE RESULTADOS EM MATEMÁTICA

A Matemática é uma ciência composta por elementos, definições e teses. De acordo com Ripoll *et al*. (2011), a produção de resultados matemáticos requer um certo rigor e se apresenta em duas etapas, a heurística e a demonstração.

Na heurística, identificam-se analogias, simulações, experiência e intuição, assim como enunciam-se conjecturas. As conjecturas são afirmações de resultados matemáticos, as quais apresentam evidências quanto a sua veracidade, no entanto, não tem-se a certeza, apenas indícios. Após formulada uma conjectura, passa-se à sua demonstração, que pode ter como proposição auxiliar, um lema. A demonstração é a forma que possibilita qualquer pessoa certificar-se de modo inquestionável quanto à sua veracidade ou à sua falsidade. A prova é o produto da demonstração. Quando o resultado afirmado pela conjectura é uma sequência lógica e indubitável, diz-se que essa conjectura é verdadeira, tornando-se um Teorema, que pode trazer como consequências imediatas os corolários. Caso essa conjectura não seja verdadeira, apresenta-se um contraexemplo com um caso particular, mostrando que tal conjectura não funciona da forma apresentada, tendo-se portanto uma conjectura falsa. Nem sempre os resultados produzidos em Matemática têm suas demonstrações em um mesmo espaço de tempo. A Conjectura de Fermat[3], por exemplo, teve sua demonstração 356 anos depois de seu estabelecimento (RIPOLL *et al.*, 2011).

Em relação à apresentação da Matemática a estudantes, deve-se levar em consideração o propósito desta apresentação. A Matemática colocada na forma axiomática, que consiste em uma estruturação em axiomas, definições, lemas, teoremas e corolários é destinada a estudantes de cursos de graduação e pós-graduação. Porém, a Matemática deve ser apresentada de uma forma mais próxima aos estudantes do Ensino Fundamental ou Médio, sem perder sua formalidade. Conforme Lima *et al.* (2012), a forma axiomática não é a forma mais ideal nesta etapa.

Embora identifique-se a importância do rigor matemático, Ripoll *et al.* (2011, p. 20)

[3] A última Conjectura de Fermat "afirma que a equação $x^n+y^n=z^n$ não tem nenhuma solução inteira não nula para *x*, *y*, *z*, quando *n*>2". (BOYER e MERZBACH, 2012, p. 437).

afirmam que os vícios trazidos da Educação Básica "[...] fazem com que haja uma forte tendência de os alunos de graduação não obedecerem a esse padrão de rigor". Nesse sentido, Lima *et al*. (2012) julgam que a Matemática para o Ensino Médio deve ser organizada de uma forma equilibrada, explorando apenas os casos mais relevantes, os quais não são tão evidentes para o aluno. Lima *et al.* (2012, p. 32) consideram ainda que "as demonstrações, quando objetivas e bem apresentadas, contribuem para desenvolver o raciocínio, o espírito crítico, a maturidade e ajudam a entender o encadeamento lógico das proposições matemáticas". Neste sentido, acredita-se que deva existir um equilíbrio entre o rigor matemático e possibilidade de entendimento dos estudantes.

2.2 O PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ÂMBITO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM TRABALHOS ACADÊMICOS

Nessa seção apresentam-se os resultados de alguns pesquisadores com relação ao pensamento algébrico no âmbito do Ensino Fundamental.

Carvalho (2010), em sua dissertação de mestrado, apresenta uma pesquisa que tem como objetivo desenvolver a argumentação matemática, bem como o pensamento generalizado para a posterior introdução de expressões algébricas que, em sua opinião, reporta estarem ausentes no presente ensino de Matemática. Carvalho realizou atividades que foram aplicadas em uma turma de 8º ano durante um trimestre. Nas atividades, ele foi gradativamente introduzindo o pensamento matemático, iniciando com a soma de números naturais, após foram introduzidas generalizações e, por fim, as expressões algébricas. Obteve como conclusão o retorno positivo de vários alunos, inclusive dos que não participavam de forma satisfatória das aulas. Percebendo a carência em sala de aula e, em seu ponto de vista, a errônea forma de abordagem dos livros didáticos, elaborou em sua dissertação, um capítulo voltado para o ensino de Matemática com o conteúdo de polinômios, direcionado a professores de Matemática da Educação Básica. Carvalho (2010) conclui que se faz necessária a introdução do pensamento algébrico desde as séries finais (anos finais) do Ensino Fundamental (2010, p. 244).

Silva (2012), em sua dissertação de mestrado, defende que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve se dar desde o início do Ensino Fundamental. Ainda afirma que a linguagem algébrica deve ser abordada por meio de estratégias que enfatizem o pensamento algébrico. A autora desenvolveu tarefas baseadas na *Early Algebra*, que consiste em pesquisas relacionadas à educação algébrica inicial, e as aplicou em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. O objetivo foi analisar a forma como as crianças apresentam seu raciocínio algébrico, tendo em vista que é o primeiro contato com ele. A autora conclui afirmando que as crianças

> demonstraram ter condições de lidar e de desenvolver aspectos relacionados ao pensamento algébrico, mesmo não tendo habilidades com uma linguagem simbólica algébrica, uma vez que as tarefas propostas e o ambiente de estudo permitiram que elas construíssem sua própria linguagem para justificar suas ideias (SILVA, 2012, p. 157).

Veloso (2012) realizou uma pesquisa de mestrado referente ao pensamento e à linguagem algébrica, na qual aplicou atividades para tal desenvolvimento em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental. Uma das atividades aplicadas, consistia na construção de quadrados com palitos de fósforo, com o objetivo de trabalhar as noções de padrão e sequência. A pesquisadora investigou as formas de raciocínio dos estudantes por meio da realização de tais tarefas e por meio de debates entre os estudantes. Relata ter observado por parte dos alunos o estabelecimento de relações, a produção de significados e a realização de generalizações algébricas. Como resultado Veloso (2012, p. 207) ainda afirma "que o processo de desenvolvimento algébrico em alunos inexperientes no estudo da Álgebra e em anos anteriores ao proposto pelos currículos vigentes é lento, mas, possível". Corroboram com tal colocação Canavarro (2007, p. 31), que entende que o pensamento algébrico "pode ser manifestado em alunos que ainda não tiveram um contato com a linguagem algébrica", e Lins e Gimenez (1997) *apud* Freire (2007, p. 24), que acreditam que "conceitos algébricos devem ser introduzidos e estimulados já nas séries iniciais do ensino fundamental".

2.3 ABORDAGEM DE FRAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS

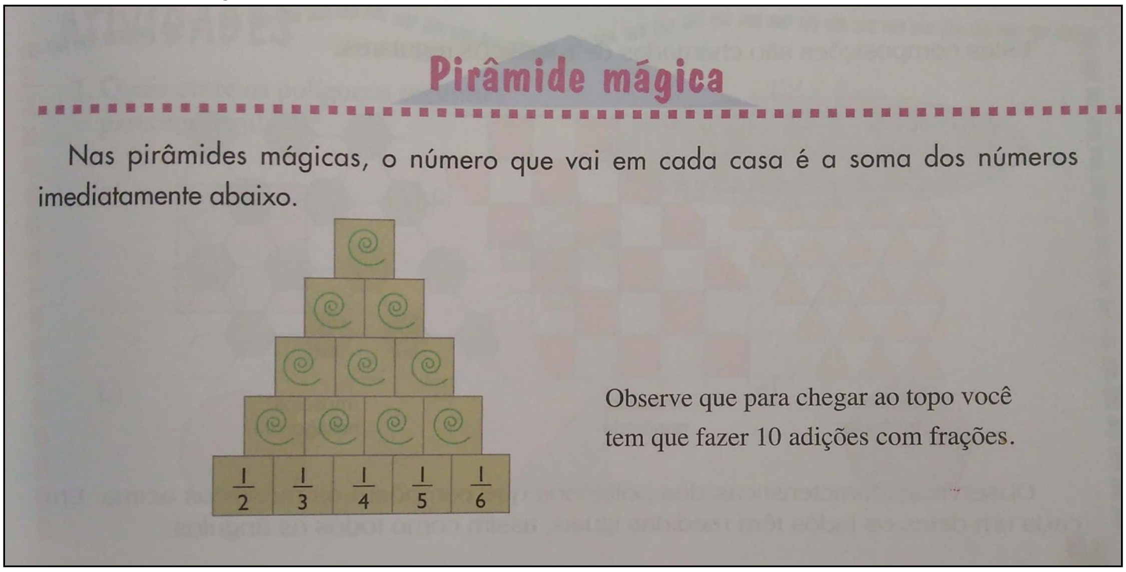
O livro didático é uma das formas convencionais mais utilizadas pelos professores para a preparação de aulas. Sua análise possibilita observar como os autores abordam cada conteúdo, quais são as ênfases dadas e quais as metodologias adotadas. Nesta pesquisa, analisaram-se livros didáticos do sexto ano do Ensino Fundamental incluindo edições de 2000, 2006, 2011 e 2015. Esta escolha foi feita com a intenção de selecionar livros de épocas distintas, a fim de analisar a ênfase dada para o pensamento algébrico na abordagem do conteúdo de frações. Além disso, consideram-se também os exemplares de 2009, 2012 e 2015 da coleção adotada pela turma de estudantes que participou da pesquisa.

Observa-se também que em 2009 o ensino no Brasil passou por uma reestruturação curricular. Antes, o Ensino Fundamental era constituído por um tempo de oito anos e, após a reestruturação, de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica

(BRASIL, 2013, p. 8), passou a ser de nove anos: “Entre as mudanças recentes mais significativas, atenção especial passou a ser dada à ampliação do Ensino Fundamental para 9 (nove) anos de duração”. Em função desta mudança, os conteúdos abordados nos livros didáticos podem ser apresentados em diferentes anos.

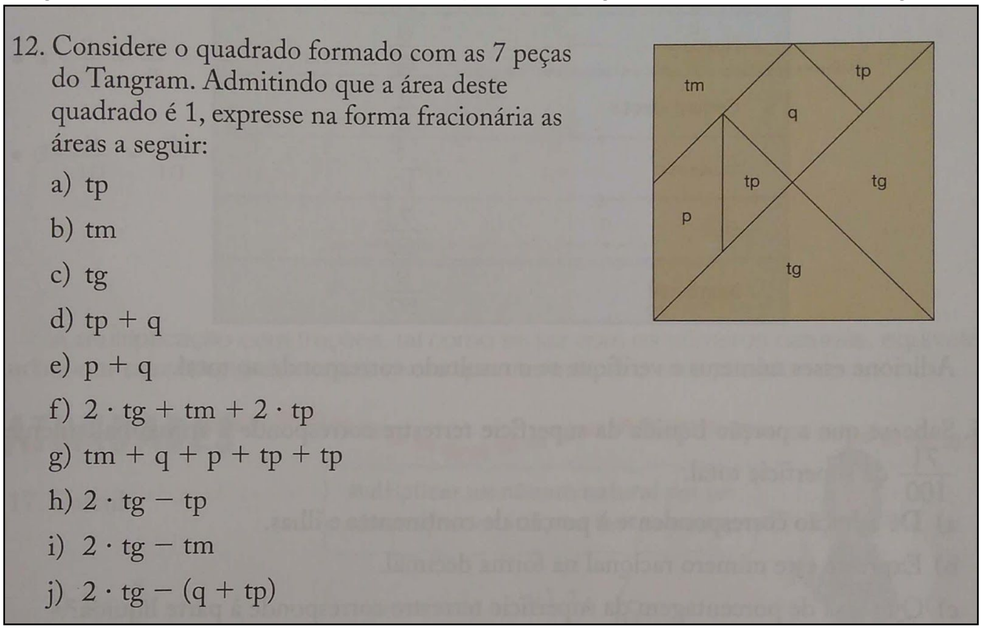
No livro “Matemática hoje é feita assim”, escrito pelo autor Bigode (2000), o conteúdo de frações, é apresentado em dois capítulos: “Aprofundando o estudo da frações - adição e subtração” e “Conexões Matemáticas”, no qual apresentam-se as demais operações com frações. O conteúdo é introduzido por meio de várias situações de aplicações no dia a dia, tais como “Dona Cotinha comprou 18 laranjas. Quantas dúzias ela comprou?” (BIGODE, 2000, p. 67). O livro também mostra a forma como funciona a calculadora e traz como exemplo a representação na reta numérica, além de trazer a representação algébrica e a representação geométrica das frações. Ao final de cada conceito, apresenta algumas “Atividades” com exercícios de fixação/repetição e exercícios contextualizados. Na sequência, apresenta uma seção denominada “Voltando ao assunto”, no qual traz um exemplo de forma mais elaborada, envolvendo o conceito abordado. Ao final do capítulo, apresentam-se alguns exercícios na seção “Retomando”, com todos os conceitos abordados no capítulo em questão, com o objetivo de fixar o conteúdo. Além disso, conta com a seção “Revistinha”, em que são apresentados desafios, conforme observa-se na Figura 1, na qual o autor representa os números por meio de símbolo. O livro se evidencia de forma colorida e contém algumas figuras a fim de atrair a atenção do aluno. Observa-se também, neste exemplar, um exercício que apresenta a forma algébrica, conforme Figura 2, o qual foi considerado para a aplicação deste trabalho de pesquisa, conforme Apêndice G.

Figura 1– Atividade que apresenta a representação simbólica.



Fonte: Bigode (2000, p. 99).

Figura 2– Exercício que apresenta expressões algébricas utilizando o Tangram.

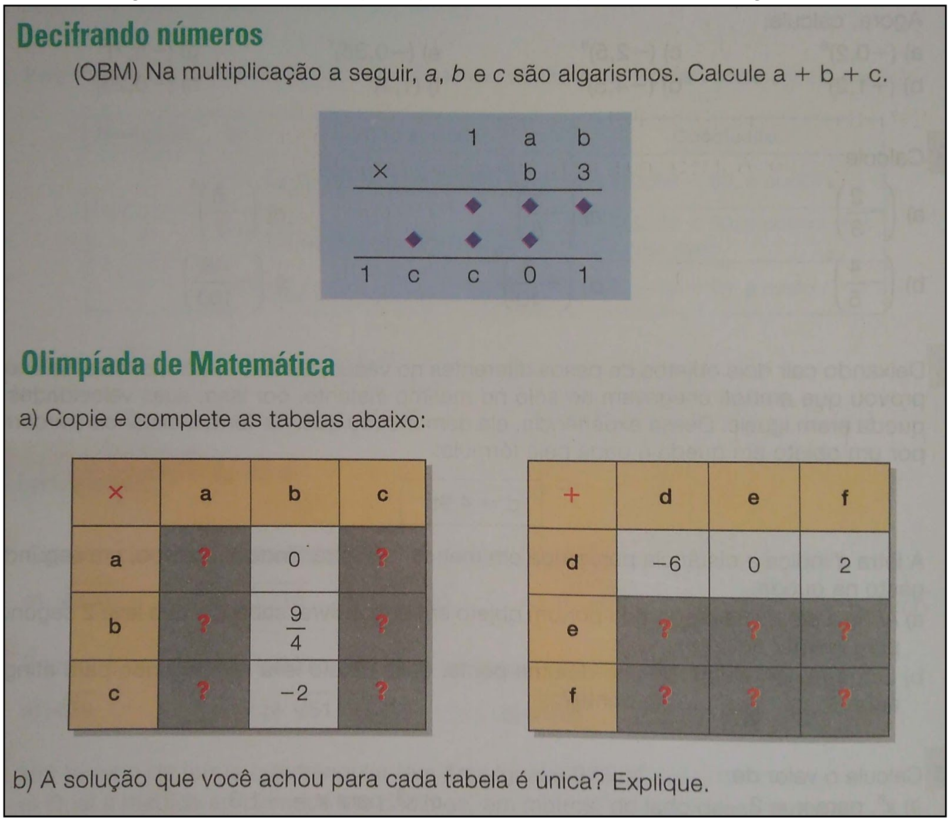


12. Considere o quadrado formado com as 7 peças do Tangram. Admitindo que a área deste quadrado é 1, expresse na forma fracionária as áreas a seguir:
   a) tp
   b) tm
   c) tg
   d) tp + q
   e) p + q
   f) $2 \cdot tg + tm + 2 \cdot tp$
   g) tm + q + p + tp + tp
   h) $2 \cdot tg - tp$
   i) $2 \cdot tg - tm$
   j) $2 \cdot tg - (q + tp)$

Fonte: Bigode (2000, p. 77).

No livro “Matemática Fazendo a Diferença”, de Bonjorno *et al*. (2006), analisou-se a Unidade 3, denominada “Números Racionais”, em que são abordados todos os conteúdos sobre frações, incluindo as operações. Primeiramente, o livro traz as diferentes formas de representação dos números com exemplos do cotidiano, tais como a faixa de analfabetismo representada em percentagem. Após, utiliza a reta numérica e gradativamente vai adicionando os conjuntos numéricos a ela, até introduzir os números racionais. Utiliza exemplos numéricos para apresentar os conceitos, seguindo com atividades de fixação/repetição e exercícios contextualizados. O livro apresenta a representação algébrica e a representação geométrica. Os autores também trazem uma seção “Pensando com a calculadora”, que inclui o passo a passo para realizar o cálculo e alguns exercícios de fixação. Ao final do capítulo, o livro apresenta alguns “Testes” com questões de concursos, vestibulares e programas avaliativos nacionais. Também traz um “Desafio”, que neste caso é uma questão da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), conforme Figura 3, que trata de uma questão mais elaborada, com representação algébrica. O livro conta com mais alguns exercícios com esta concepção. O exemplar também possui algumas partes com cores diferentes e apresenta algumas figuras ilustrativas.

Figura 3 – Atividade que apresenta a representação algébrica.



Decifrando números

(OBM) Na multiplicação a seguir, *a*, *b* e *c* são algarismos. Calcule a + b + c.

$$\begin{array}{r} 1\ a\ b \\ \times\quad b\ 3 \\ \hline \blacklozenge\ \blacklozenge\ \blacklozenge \\ \blacklozenge\ \blacklozenge\ \blacklozenge\ \ \\ \hline 1\ c\ c\ 0\ 1 \end{array}$$

Olimpíada de Matemática

a) Copie e complete as tabelas abaixo:

×	a	b	c
a	?	0	?
b	?	$\frac{9}{4}$	?
c	?	−2	?

+	d	e	f
d	−6	0	2
e	?	?	?
f	?	?	?

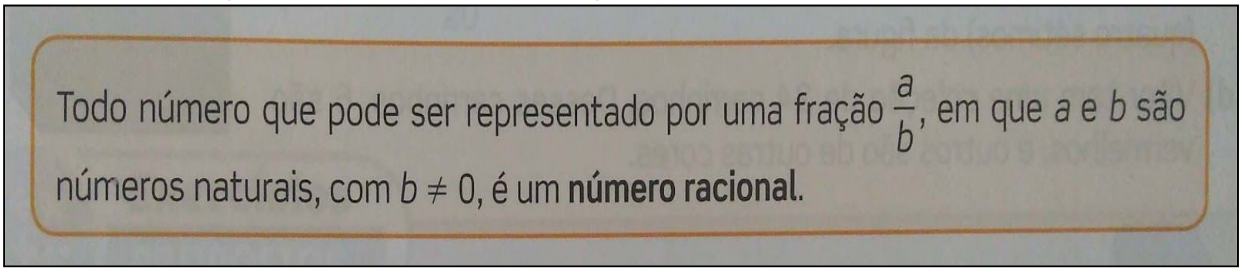
b) A solução que você achou para cada tabela é única? Explique.

Fonte: Bonjorno *et al*. (2006, p. 110).

Analisou-se o livro “Matemática”, escrito por Bianchini (2011). No capítulo 4, o livro trata do conteúdo “Números racionais na forma de fração”. O autor inicia o capítulo com uma observação que remete ao assunto visto no capítulo anterior, referente a números naturais e, logo após, traz um exemplo contextualizado, fazendo uma ligação com o conteúdo a ser abordado. Em seguida, por meio de um exemplo, convida o aluno a realizar uma atividade prática, orientando o aluno a contar o número de passos para medir o comprimento da quadra esportiva de sua escola. Aborda o conteúdo e apresenta formalmente os conceitos matemáticos de forma minuciosa com a representação algébrica e geométrica, seguido de vários exemplos e, ao final de cada conceito, traz o tópico “Observação” com informações relevantes para cada item apresentado. O autor apresenta exercícios de fixação/repetição e contextualizados. O capítulo traz o tópico “Tratamento da Informação”, no qual apresenta uma informação, por exemplo, como interpretar um gráfico e, em seguida, traz uma questão contextualizada para que seja feita a interpretação dessa informação. Observa-se ainda a apresentação de “Exercícios Complementares” e, ao final do capítulo uma seção denominada “Testes” com mais exercícios desafiadores, que contemplam questões de concursos, vestibulares e programas avaliativos nacionais. Por fim, o tópico “Diversificando” traz um exemplo prático sobre como utilizar uma quantidade de referência, por exemplo a quantidade 1, para fazer a comparação de frações e, após, traz mais alguns exercícios de mesmo caráter. O livro se apresenta de forma colorida e traz várias figuras a fim de chamar a atenção. No Capítulo 5, aborda separadamente “Operações com números racionais na forma de fração”, no qual utiliza o mesmo padrão de texto para cada operação.

O autor apresenta uma definição por meio da forma generalizada, conforme Figura 4; no entanto, nota-se que o livro não traz a informação de que *a* e *b* são números inteiros. O autor apresenta ainda, alguns exercícios com representação algébrica, como mostrado na Figura 5.

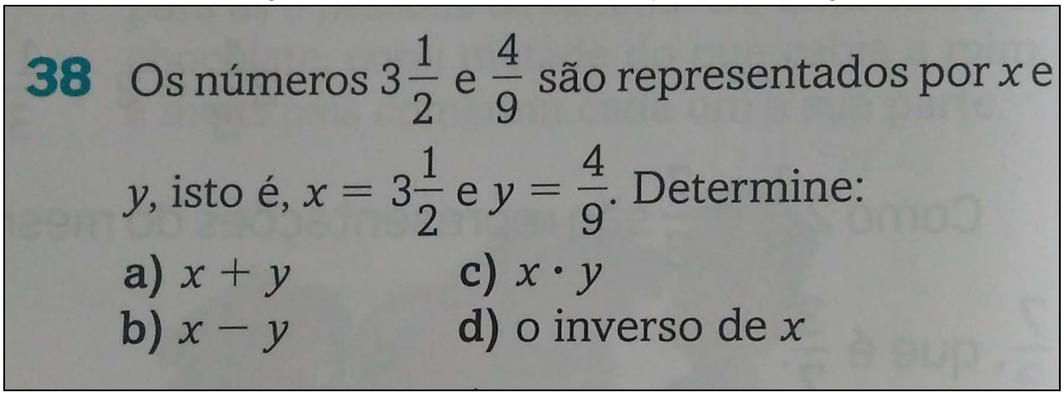
Figura 4 – Exemplo de definição generalizada para número racional.



Todo número que pode ser representado por uma fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são números naturais, com $b \neq 0$, é um **número racional**.

Fonte: Bianchini (2011, p. 113).

Figura 5 – Exercício contendo a representação algébrica.



38 Os números $3\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{9}$ são representados por x e y, isto é, $x = 3\frac{1}{2}$ e $y = \frac{4}{9}$. Determine:

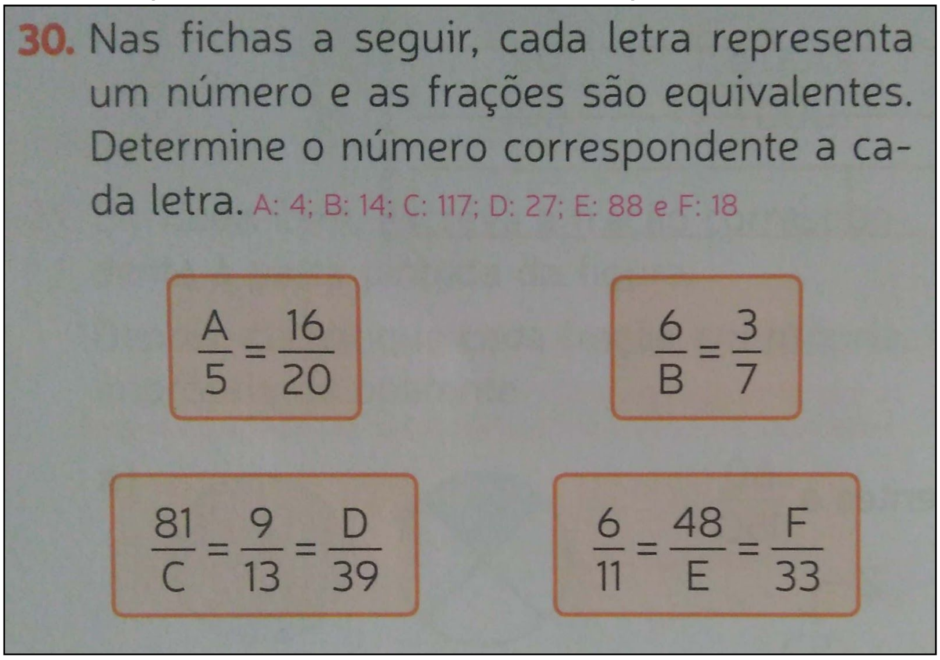
a) $x + y$ **c)** $x \cdot y$

b) $x - y$ **d)** o inverso de x

Fonte: Bianchini (2011, p. 156).

O livro didático “Vontade de saber matemática”, adotado pela turma participante desta pesquisa, de Souza e Pataro (2015), aborda o conteúdo de frações no Capítulo 6, no qual trata a ideia de fração, frações próprias e impróprias, números na forma mista, frações equivalentes, simplificação e comparação de frações, bem como as operações com frações. O capítulo inicia-se por meio de um exemplo contextualizado sobre o ouro, trazendo um link que contém maiores informações sobre o metal, para quem desejar se aprofundar no assunto. Logo após, inicia cada tópico por meio de definições, que aparecem de forma destacada, traz alguns exemplos e sempre que possível a abordagem de cada tópico é feita com situações do dia a dia. Ao final de cada abordagem, o livro traz atividades a serem desenvolvidas, que são de fixação/repetição e contextualização, sendo em sua maioria questões de contextualização. Os exercícios são apresentados de uma forma muito atrativa, por meio de figuras geométricas bem coloridas. Os autores trazem alguns exercícios denominados “Desafios” e uma seção denominada “Contexto”, no qual apresenta um pouco da história das frações. Ao final do capítulo, o livro apresenta a seção “Refletindo sobre o capítulo”, onde traz algumas perguntas sobre o aprendizado proposto no capítulo e segue com uma seção denominada “Revisão” contendo uma série de exercícios e um desafio sobre os tópicos abordados. O livro ainda apresenta na seção “Resolvendo problemas”, alguns exercícios do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da OBMEP; o primeiro exercício é apresentado com uma sugestão de etapas de resolução. O livro apresenta nas atividades propostas, um exercício com a representação algébrica, conforme Figura 6.

Figura 6 – Atividade com representação algébrica.



Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 136).

Nestes quatro livros analisados, de 2000, 2006, 2011 e 2015, identificou-se, em linhas gerais que todos apresentam em algum momento exercícios envolvendo o pensamento algébrico. Apenas um deles apresenta uma definição de forma generalizada, no caso, Bianchini (2011), conforme apresentado na Figura 4.

Além dessa análise, fez-se um estudo sobre a evolução na construção do conceito de frações com a coleção adotada pela turma que participou desta pesquisa, considerando três edições de Souza e Pataro: 2009, 2012 e 2015.

Na edição de 2009, Souza e Pataro trazem uma introdução ao conteúdo de frações por meio de aplicações do dia a dia, por exemplo, o marcador do tanque de combustível. Já nas próximas edições, eles apresentam exemplos contendo o metal ouro. Na edição 2012, apresentam um texto explicativo sobre o metal, um gráfico contendo as reservas de ouro no mundo, um tópico explicativo sobre os quilates das jóias e mais um tópico contendo explicações sobre o lixo que equipamentos eletrônicos e de informática podem gerar e como recuperar o ouro e outros metais que são descartados. Apresentam ainda, algumas perguntas sobre o metal. Já na versão de 2015, as informações são mais sucintas, os autores apresentam um resumo explicativo sobre o ouro, e algumas perguntas sobre o metal, que são semelhantes às perguntas da edição anterior. Ambos os livros trazem links para quem tiver interesse em pesquisar mais informações sobre o ouro.

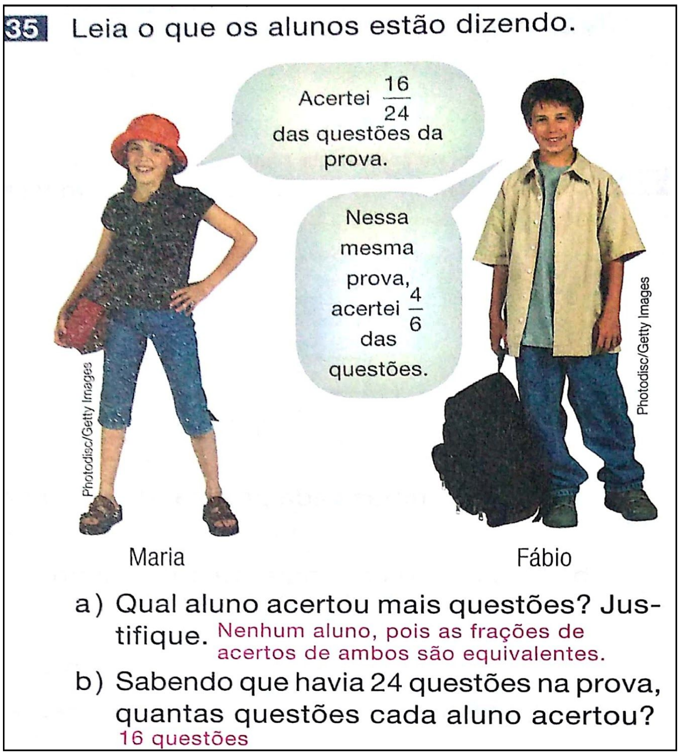
Na seção “As ideias de fração”, as edições de 2009 e 2012 se apresentam da mesma forma. Já na edição de 2015, os autores apresentam a introdução de uma forma mais resumida, trazem o mesmo exemplo contextualizado das edições anteriores, no entanto, mudam a figura ilustrativa. Ao apresentar alguns exemplos por meio de figuras geométricas, citam um exemplo a menos que nas edições anteriores, e não trazem o exemplo com a figura do corpo humano, que relata que ¾ do corpo humano são compostos de água.

Na seção “Leitura de frações”, os 3 livros se apresentam da mesma forma, contendo apenas 2 modificações com relação a última edição, na qual mudaram as cores dos quadros das frações e passaram a apresentar em forma de texto uma observação que antes era apresentada em um quadro. Na seção “Atividades” do tópico “Leitura de frações”, as edições de 2009 e de 2012 apresentam os mesmos exercícios, mudando apenas as cores de algumas figuras ilustrativas; já a edição de 2012 apresenta um exercício a menos com relação a edição de 2009, que trata das frações referente às cadeiras de um teatro. Já na edição de 2015, o livro não traz três exercícios apresentados na edição de 2012, sendo eles exercícios para identificar frações em uma figura geométrica. Além disso, traz um exercício novo, que contém informações sobre o metal ouro, já apresentado na introdução do capítulo. Os três livros apresentam exercícios de fixação/repetição e exercícios contextualizados, sendo em sua maioria contextualizados.

Nas seções “Frações próprias e frações impróprias” e “Números na forma mista”, os três livros se apresentam da mesma forma, inclusive com os mesmos exemplos. Pode-se observar apenas algumas modificações na forma de apresentação das figuras e nas cores das figuras geométricas. Na seção “Atividades” correspondente aos conteúdos de “Frações próprias e frações impróprias” e “Números na forma mista”, os exercícios dos 3 livros são iguais, apenas na edição 2012 pode-se observar que os autores reduziram o número de alternativas em 2 exercícios que apresentam desenhos geométricos. E a edição 2015 também reduziu o número de figuras geométricas em 2 exercícios com relação à edição de 2012. Logo, observa-se que a redução do número de figuras geométricas foi de 45%, comparando-se a edição de 2015 com a edição de 2009.

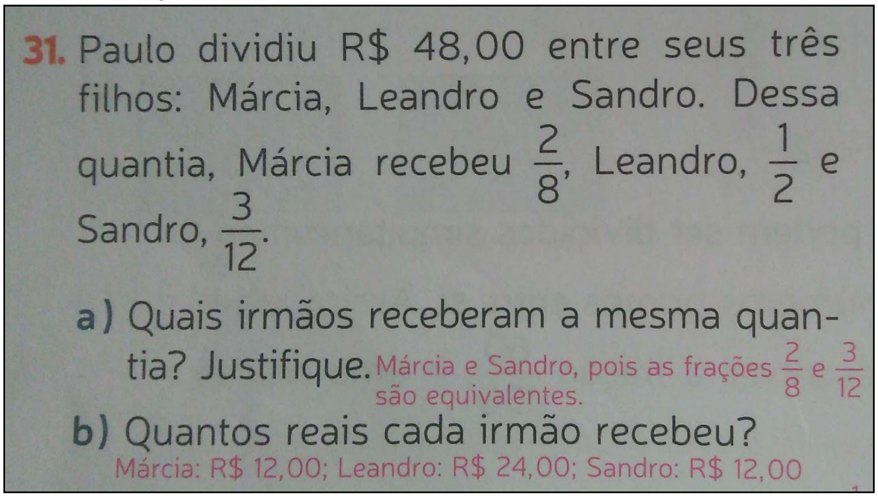
Nas seções “Frações equivalentes” e “Simplificação de frações”, as edições de 2009 e de 2012 apresentam os conceitos escritos da mesma forma e os mesmos exemplos. A edição de 2009, contém a imagem de uma menina com um balão de fala com observações sobre o conteúdo e na versão 2012, os autores trazem as mesmas informações em um quadro, no entanto, sem a figura da menina. Já na edição de 2015 estes comentários não são apresentados e os conceitos são abordados com algumas palavras diferentes, no entanto, os exemplos permanecem os mesmos. As “Atividades” correspondentes ao conteúdo supracitado, apresentam-se iguais nas versões 2009 e 2012. Já na versão de 2015, os autores excluem alguns exercícios, como o exemplo da Figura 7, e acrescentam outros, como o exemplo da Figura 8. Observa-se que no exercício da Figura 8, o grau de raciocínio lógico exigido para a resolução é maior se comparado com a Figura 7. Nas três edições é apresentado um exercício que contém informações sobre a chuva em alguns municípios, com tabelas atualizadas a cada edição. Observa-se também, nesta seção, um exercício que apresenta a forma algébrica, conforme já mencionado na Figura 6, que foi utilizado nesta pesquisa (Apêndice F), aparecendo nas 3 edições. Nota-se que é o único momento no capítulo de frações da coleção analisada, que é apresentada uma questão na forma algébrica.

Figura 7 – Exercício contendo frações equivalentes.



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 135).

Figura 8 – Exercício contendo frações equivalentes.



31. Paulo dividiu R$ 48,00 entre seus três filhos: Márcia, Leandro e Sandro. Dessa quantia, Márcia recebeu $\frac{2}{8}$, Leandro, $\frac{1}{2}$ e Sandro, $\frac{3}{12}$.

a) Quais irmãos receberam a mesma quantia? Justifique. Márcia e Sandro, pois as frações $\frac{2}{8}$ e $\frac{3}{12}$ são equivalentes.

b) Quantos reais cada irmão recebeu? Márcia: R$ 12,00; Leandro: R$ 24,00; Sandro: R$ 12,00

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 136).

Na seção “Comparando frações”, as edições de 2009 e de 2012 mantém-se da mesma forma. Já na edição 2015, os autores utilizam a mesma abordagem e os mesmos exemplos, no entanto, modificam a forma de escrever, bem como, modificam as figuras ilustrativas. Já na seção “Atividades” desse conteúdo, os exercícios se mantêm os mesmos nas 3 edições, mudando apenas algumas figuras ilustrativas na edição de 2015. Pode-se observar também que os três livros apresentam o mesmo exercício denominado como “Desafio”, que traz uma operação que envolve lógica.

Na seção “Adição e subtração” as três edições apresentam as definições escritas da mesma forma e os mesmos exemplos. Observa-se que na edição de 2012 deixou de ser apresentado um quadro que em 2009 trazia algumas informações sobre a cidade de Porto Seguro. Já na edição de 2015 observa-se algumas alterações no design das figuras ilustrativas. Referente a seção “Atividades”, correspondente a este conteúdo, na edição de 2012, comparando-se com a edição de 2009, existe apenas algumas alterações das figuras ilustrativas. As edições de 2009 e de 2012 apresentam uma questão denominada “Contexto”, que traz um exercício contextualizado sobre o triatlo[4] nos Jogos Olímpicos. Já na edição de 2015, este mesmo exercício permanece. No entanto, não está destacado como sendo “Contexto”; os autores trazem um novo exercício, que substitui o tópico “Contexto”, no qual observa-se uma contextualização da História da Matemática, referente a forma com que os egípcios utilizavam as frações para demarcar as cercas dos seus terrenos às margens do rio Nilo.

Na seção “Multiplicação” pode-se observar que as 3 edições apresentam os conceitos e exemplos da mesma forma, apenas modificando alguns detalhes nos exemplos,

[4] Triatlo é um evento atlético composto por três modalidades, que em geral é aplicado a uma combinação de natação, ciclismo e corrida, nessa ordem e sem interrupção entre as modalidades. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Triatlo>. Acesso em: 06 nov. 2018.

pois os autores seguem a evolução da tecnologia. Na edição de 2009 e de 2012 apresentam um quadro com informações sobre o CD; já na edição de 2015 esta informação deixa de ser mostrada. Na edição 2009, o livro comenta sobre as câmeras fotográficas dos celulares; já nas edições 2012 e 2015, os livros mencionam a TV digital. As “Atividades” condizentes a este conteúdo apresentam-se da mesma forma nas 3 edições, apenas observa-se que a edição de 2009 possuía um exercício denominado “Contexto”, que apresentava informações sobre a área da mata Atlântica, o qual deixou de ser apresentado nas 2 próximas edições analisadas.

Na seção “Frações e porcentagem” observa-se que as edições de 2009 e de 2012 apresentam-se da mesma forma. Já na edição 2015, os autores ilustram as informações sobre o tempo de degradação do lixo, que antes aparecia em forma de texto, bem como, as informações aparecem de forma mais resumida e objetiva. Os exemplos utilizados são iguais nas três edições. As “Atividades” correspondentes são iguais nos três exemplares. No exemplar de 2012, observa-se o acréscimo de 2 exercícios, sendo um deles da OBMEP. Na edição de 2015, os exercícios se mantiveram iguais aos da edição 2012. Comparando-se as três edições, observa-se que existem algumas alterações nas figuras ilustrativas, bem como algumas alterações nos valores correspondentes das questões.

Ao final da seção “Atividades”, as três edições apresentam o tópico “Refletindo sobre o capítulo”, no qual contemplam questões envolvendo todos os tópicos abordados no decorrer do capítulo. Na sequência, as edições de 2009 e de 2012 trazem o tópico “Explorando o tema”, que apresenta a História da Matemática, contextualizando o descobrimento das frações às margens do rio Nilo no Egito, de uma forma detalhada e exemplificada, com algumas perguntas ao final. Já a edição 2015 apresenta este contexto de uma forma mais resumida ao final da seção “Adição e subtração”, conforme mencionado anteriormente.

Finalizando o capítulo de frações, as edições de 2009 e de 2012 apresentam a seção “Revisão” e a seção “Testes”, as quais contêm exercícios de fixação/repetição, exercícios contextualizados e questões de desafios. Além disso, pode-se observar questões do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp) e questões da OBMEP. Nota-se também, que, nestas seções, a edição de 2012 possui mais exercícios se comparada com a edição de 2009. Na edição de 2015, a seção “Revisão” apresenta um número menor de exercícios, pois traz um novo tópico denominado “Resolvendo problemas”, no qual traz o passo a passo para a resolução de problemas. Esta edição apresenta ainda uma nova seção denominada “ENEM e OBMEP”, com mais questões contextualizadas.

2.3.1 CONSIDERAÇÕES ACERCA DOS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

Todos os livros analisados possuem uma sequência lógica de conteúdos e bem elaborada. Os livros apresentam uma boa quantidade de exercícios, notando-se uma evolução em sua caracterização: em 2000, os exercícios em sua maioria eram de fixação/repetição; em 2006, observa-se um equilíbrio entre exercícios de fixação/repetição e exercícios contextualizados; já em 2011 observa-se a predominância dos exercícios contextualizados, que se mantém dessa forma na coleção analisada, referente aos anos de 2009, 2012 e 2015. Observa-se que nos exemplares dos anos 2000 e 2006, os autores abordam a utilização da tecnologia por meio da calculadora.

Os livros correspondentes aos anos de 2006 e de 2011 apresentam questões de concursos, vestibulares e programas avaliativos nacionais, o que não ocorre no livro de 2000. Já na coleção "Vontade de saber Matemática", no exemplares de 2009 e de 2012, observam-se exercícios da OBMEP e da Saresp; o exemplar de 2015 apresenta questões do ENEM e da OBMEP. Todos os autores utilizaram uma linguagem acessível, cores diferentes e imagens ilustrativas tornando os livros didáticos atrativos. Os livros de 2006 e de 2011 apresentam uma breve revisão do conteúdo do capítulo anterior. Todos os livros apresentam, de formas diferentes, desafios, possibilitando o estímulo do raciocínio dos estudantes. Observa-se, no capítulo de frações dos livros analisados, que conceitualmente a forma algébrica é apresentada em apenas um momento, no livro de 2011 (Figura 4). Identificou-se, em linhas gerais que todos os livros analisados, apresentam em algum momento exercícios envolvendo o pensamento algébrico. Na coleção analisada, pode-se observar apenas um exercício com este formato que se mantém nas três edições. Percebe-se que os livros pesquisados podem ser utilizados em sala de aula como uma ferramenta para o professor e para o aluno, havendo uma articulação entre os capítulos e também entre os conteúdos.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa é de natureza qualitativa, tendo em vista que ela busca a avaliação da parte subjetiva do problema, e ela aponta dados que não podem ser ponderados numericamente. Segundo Gaskell (2012, p. 68), a “finalidade real da pesquisa qualitativa não é contar opiniões ou pessoas, mas ao contrário, explorar o espectro de opiniões, as diferentes representações sobre o assunto em questão”.

Parte da pesquisa foi realizada por meio de entrevista de investigação, com a aplicação das atividades do Pré e Pós-teste, a fim de coletar dados para a análise. De acordo com Rosa e Arnoldi (2008, p. 35), a entrevista de investigação é “conhecida como técnica de obtenção de informação relevante para todos os objetivos de um estudo, podendo adotar formatos e estilos variados”. Essa entrevista de investigação foi realizada por meio de questionários Pré e Pós-testes, que conforme as orientações disponibilizadas pela I-TECH (2008, p. 1):

> Pré e pós-testes são utilizados para medir o conhecimento adquirido pelos participantes numa formação. O pré-teste é um conjunto de perguntas feitas aos participantes antes do início da formação, com a finalidade de determinar o seu nível de conhecimento sobre o conteúdo que será ensinado. Ao final da formação, os participantes devem responder a um pós-teste com as mesmas perguntas feitas anteriormente, ou perguntas com o mesmo nível de dificuldade. Através da comparação das notas do pré-teste com as notas do pós-teste, será possível descobrir se a formação foi bem-sucedida em aumentar o conhecimento do participante sobre o conteúdo da formação.

Com base nos dados coletados por meio do questionário (Apêndice C), do Pré-teste (Apêndice D) e do Pós-teste (Apêndice I), será possível identificar os problemas e os progressos apresentados pelos alunos na realização das atividades propostas nesta pesquisa.

A pesquisa foi aplicada com uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental, da Escola Estadual de Ensino Médio Érico Veríssimo, situada na cidade de Caxias do Sul, RS. A turma, composta por 29 alunos, possuía 16 meninas e 13 meninos, com faixa etária de 11 a 12 anos, e 2 alunos com 14 anos.

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com o intuito de atingir os objetivos deste trabalho, são descritas nesta subseção as etapas seguidas. Nesta pesquisa inicialmente realizou-se contato com a Escola Estadual de Ensino Médio Érico Veríssimo, a fim de apresentar a proposta de projeto, conforme consta no aceite da escola (Apêndice A). Foi disponibilizada uma turma de sexto ano do Ensino

Fundamental, com o conteúdo de frações. Os responsáveis pelos alunos assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B) permitindo que os seus filhos participem da pesquisa.

Os encontros foram realizados nos períodos regulares das aulas de Matemática, sendo, dois períodos na segunda-feira, dois períodos na quarta-feira e um período na quinta-feira, todos com duração de 50 minutos. A aplicação das atividades foi intercalada com as aulas da professora da turma, a fim de ter os subsídios necessários para tal aplicação. No primeiro dia, foi aplicado um questionário (Apêndice C) com perguntas para a identificação dos alunos, e com perguntas sobre as atividades que os alunos consideram fáceis e atividades que os alunos consideram difíceis das aulas de Matemática. Perguntou-se ainda, se os alunos entendem as ordens dos exercícios apenas lendo, ou precisam que a professora explique o que deve ser feito. Na ocasião, aplicou-se o Plano de Aula 1 contendo o Pré-teste (Apêndice C) para investigar o nível do pensamento algébrico dos estudantes. Nos próximos quatro encontros, foram desenvolvidas atividades relacionadas ao pensamento algébrico (Apêndices E a H) e, por fim, no último dia, foi aplicado um Pós-teste (Apêndice I). Considerando que o grau de dificuldade do Pré e do Pós-teste era análogo, foi possível avaliar o progresso apresentado pelos alunos.

Com os dados do questionário, do Pré-teste e do Pós-teste, foi realizada a análise das informações, com o intuito de verificar se os resultados da aplicação da proposta foram bem sucedidos.

Os planos de aula com seus objetivos e metodologias de aplicação são apresentados nos Apêndices D, E, F, G, H e I. Em linhas gerais, o Plano de Aula 1 (Apêndice D) traz uma discussão para que os alunos percebam a aplicação dos números fracionários no cotidiano, bem como a aplicação de um Pré-teste para analisar o nível de conhecimento matemático dos alunos sobre soma de frações e frações equivalentes. Ainda, são introduzidos alguns símbolos nos exercícios. O Plano de Aula 2 (Apêndice E) apresenta atividades para o estabelecimento de relações entre figuras geométricas e frações, identificação das proporções existentes nas peças do Tangram, representação das frações e, ainda, a construção de figuras geométricas com as peças do Tangram. O Plano de Aula 3 (Apêndice F) apresenta atividades para a identificação das frações equivalentes, utilização da representação algébrica e identificação de frações por meio de material concreto. O Plano de Aula 4 (Apêndice G) traz atividades para identificar em figuras geométricas as frações e sua forma mista, e ainda, a resolução de expressões com a representação algébrica. O Plano de Aula 5 (Apêndice H) busca a análise da proporção das frações de forma algébrica e geométrica, a interpretação gráfica e a resolução numérica de expressões, bem como o desenvolvimento das operações de multiplicação e divisão com frações por meio da forma numérica e algébrica. Na tarefa final, o Pós-teste (Apêndice I), espera-se que os alunos apresentem domínio referente aos cálculos envolvendo frações equivalentes e operações com frações, analisem figuras geométricas, buscando resolver as expressões numericamente, e apresentem familiaridade com a representação algébrica.

Ao longo da análise, os alunos que participaram da proposta são identificados nesta pesquisa pelas letras do alfabeto, representados de *A* a *Z,* incluindo-se também *AA*, *BB* e *CC*.

No Capítulo seguinte são apresentados os resultados da pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação das atividades propostas nesta pesquisa, bem como suas discussões.

A ideia inicial era de realizar as atividades em uma sequência de seis encontros, no entanto, devido a algumas atividades que a turma realizou referente à Copa do Mundo no mês de julho e algumas aulas de Matemática que foram cedidas para os alunos realizarem a organização da Mostra Científica da Escola, ocorreu um atraso com o relação ao conteúdo planejado pela professora da turma. Por este motivo, os encontros não foram em sequência, de forma que as aulas foram intercaladas com as aulas da professora da turma, para que a aplicação desta pesquisa tivesse os subsídios necessários para sua realização. Nas seções seguintes descreve-se como ocorreu cada encontro com a turma de alunos do 6° ano da Escola Estadual de Ensino Médio Érico Veríssimo.

4.1 ETAPA 1: OBSERVAÇÃO

O primeiro encontro com a turma ocorreu no dia 23 de agosto de 2018. Este encontro foi destinado a conhecer os alunos e o andamento das aulas. Os alunos estavam bem agitados na chegada, mas logo se acalmaram. A professora passou alguns exercícios no quadro e os alunos os realizaram individualmente, na maior parte do tempo em silêncio. A professora circulava pela sala ajudando os alunos que precisavam. Alguns alunos se ajudaram em algumas questões, discutindo sobre as formas de resolução. Ao final da aula a professora comunicou que os exercícios que ficaram pendentes, deveriam ser realizados em casa.

4.2 ETAPA 2: APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO E DO PRÉ-TESTE

A aplicação das atividades com os alunos teve início no dia 29 de agosto de 2018. Iniciou-se com uma apresentação e com a explicação de que eles participariam de uma pesquisa. Os alunos demonstraram-se animados com a proposta.

Na sequência foi aplicado o Questionário (Apêndice C), com a finalidade de conhecer os alunos e levantar dados para posterior análise. Como resultado obteve-se que 55% dos alunos da turma considera o conteúdo de frações fácil, 35% dos alunos apontou ter facilidade em outros conteúdos e 10% dos alunos não opinou. Além disso, 36% dos alunos considera o conteúdo de frações difícil, 28% dos alunos apontou outros conteúdos como sendo difíceis e 36% dos alunos não opinou ou não considerou nenhum conteúdo difícil.

Perguntou-se ainda, se os alunos entendem as ordens dos exercícios de Matemática apenas lendo, ou precisam que a professora explique o que deve ser feito. 43% dos alunos relatou entender apenas lendo, 39% dos alunos informou que depende da ordem do exercício e 18% dos alunos relatou a necessidade de que a professora explique o que deve ser feito.

Em seguida, iniciou-se uma conversa referente à utilização das frações em nosso cotidiano. Os alunos demonstraram muita empolgação. Alguns dos apontamentos dos alunos foram os seguintes:

- para fazer uma receita de bolo;
- para dividir uma barra de chocolate;
- para comer uma fatia de pizza;
- na obra com cimento;
- na obra para colocar azulejos;
- na obra para fazer rejunte;
- nos jogos.

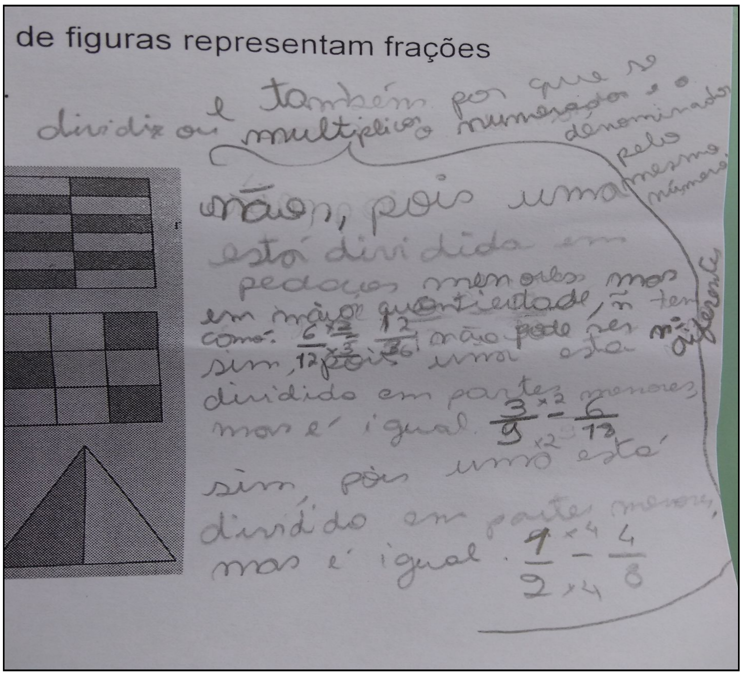
Foram comentados mais alguns casos em que pode-se utilizar frações, como por exemplo: a quarta parte da turma quis comer o lanche oferecido pela escola; gastei três quartos do combustível na viagem; gastei um terço da quantia que recebi; já percorri um quinto da distância. Os alunos ficaram o tempo todo interagindo e falando outras frações possíveis para os exemplos citados. Então, encerrou-se a atividade falando da importância das frações no nosso dia a dia, e de que a Matemática está presente em inúmeras situações.

Após, os alunos receberam uma folha impressa com a tarefa a ser realizada referente ao Pré-teste (Apêndice D). Eles deveriam responder as questões sem olhar no caderno e sem conversar com os colegas, a fim de que fosse possível verificar o que eles sabiam fazer. A atividade foi colada no caderno. Conforme os alunos concluíam a atividade, esse registro ia sendo fotografado e eles ganhavam um carimbo com estrelinha. Todos ficaram muito preocupados e queriam saber se o seu trabalho havia sido fotografado devidamente. Os resultados do Pré-teste serão confrontados com os resultados da avaliação Pós-teste ao final deste Capítulo.

Por fim, o Pré-teste foi corrigido. Durante a correção, os alunos manifestavam se tinham acertado ou não cada questão. Gostaram dos *emojis* no lugar dos números pois, segundo eles era diferente. O aluno T disse que gostou, mas era mais difícil, e não soube argumentar o porquê. A pesquisadora, neste momento, explicou ao aluno que pode-se usar *emojis* no lugar de um número, que pode-se utilizar uma fruta, um objeto, um símbolo ou qualquer outro elemento.

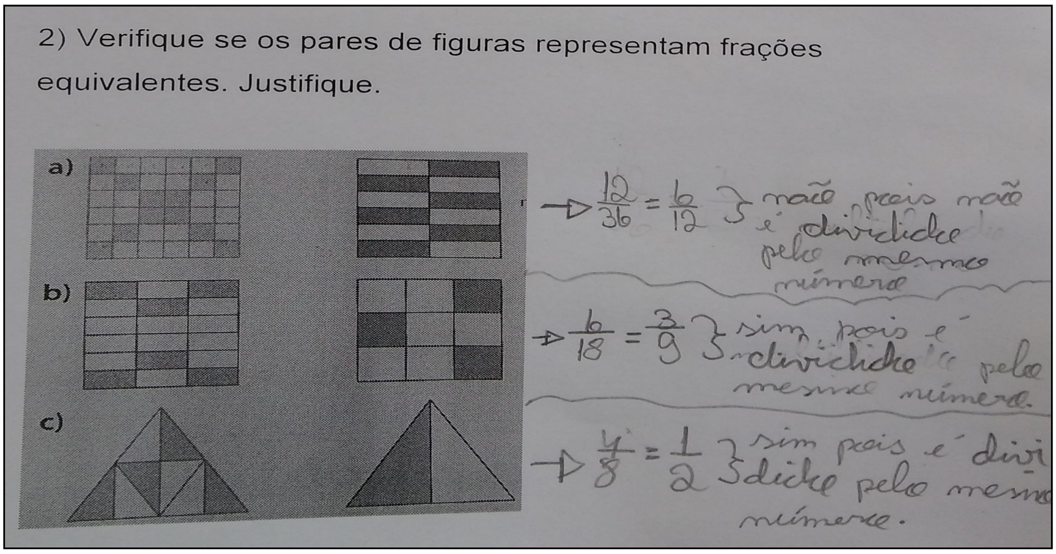
Cada comentário apresentado pelos alunos foi valorizado, sempre instigando a falarem mais. Por exemplo, na alternativa b) da primeira atividade (Apêndice D), 9 alunos colocaram $\frac{4}{2}$ e 5 alunos responderam 2. Foi explicado que ambas as formas estão corretas, uma vez que 2 também é equivalente a $\frac{8}{4}$. Na alternativa f) 11 alunos responderam $\frac{15}{15}$ e 2 alunos responderam 1. Também foi colocado que ambas estão corretas e que em alguns casos podemos ter mais de uma resposta para uma única pergunta. Na correção da Atividade 2, aproximadamente 50% da turma participou ativamente. Informaram que contaram o total de partes para cada par de figuras e após contaram quantas dessas partes estavam pintadas. Algumas justificativas são apresentadas nas Figuras 9 e 10.

Figura 9 – Atividade de frações equivalentes realizada pelo aluno U.



Fonte: Arquivo fotográfico de pesquisa.

Figura 10 – Atividade de frações equivalentes realizada pelo aluno W.



Fonte: Arquivo fotográfico de pesquisa.

Observando as justificativas dos alunos apresentadas nas Figuras 9 e 10, percebe-se que ambos argumentaram seu raciocínio por meio de frações equivalentes, ou seja, transformando-as em frações com mesmo denominador, nos casos possíveis.

Com a aplicação do Pré-teste foi possível observar que os alunos são bem curiosos e gostam de interagir. Ao final da atividade demonstraram que queriam mais. Eles gostaram de expor suas opiniões e suas respostas.

4.3 ETAPA 3: APLICAÇÃO DE ATIVIDADES

No dia 03 de setembro de 2018 aplicou-se o Plano de Aula 2 (Apêndice E). Primeiramente apresentou-se o Tangram[5], sua origem, bem como algumas lendas sobre ele. Após, solicitou-se que os alunos desenhassem em uma folha um quadrado de lado 20 cm, do qual serviria de base para a atividade. Um aluno perguntou a medida dos outros lados, neste momento, indagou-se a turma quantos lados tem um quadrado e se podem ter lados diferentes. Ao levantar esses questionamentos, muitos alunos manifestaram suas opiniões, assim, foram instigados a pensar sobre suas respostas. Por fim, concluiu-se que um quadrado tem quatro lados congruentes e quatro ângulos retos. Dando sequência a atividade, foi entregue um Tangram em EVA para cada aluno e solicitou-se que preenchessem o quadrado desenhado com todas as peças do Tangram. Falou-se para eles que as peças do Tangram são mágicas, fazendo-os ficarem curiosos. Alguns alunos

[5] Tangram é um quebra-cabeças geométrico chinês formado por 7 peças, chamadas *tans*: são 2 triângulos grandes, 2 pequenos, 1 médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Tangram>. Acesso em: 06 nov. 2018.

relataram que seria impossível colocar todas as peças no quadrado. Os alunos tentaram montar o Tangram de todas as formas, até que o aluno X conseguiu realizar a montagem. Após, outros alunos também conseguiram, e aproximadamente 30% da turma precisou de ajuda de algum colega para conseguir finalizar a primeira parte da tarefa.

Fez-se um comentário de que as peças do Tangram são todas proporcionais entre si e foi colado um Tangram no quadro para facilitar as demonstrações geométricas. Entregou-se aos alunos um impresso contendo perguntas sobre as frações do Tangram, e foi solicitado que o colassem no caderno. Logo, iniciou-se uma discussão sobre o triângulo grande (TG), de quantas vezes seria possível colocá-lo dentro do quadrado correspondente ao modelo do Tangram. Neste momento, cerca de 5 alunos disseram que cabiam 4 TG, enquanto o aluno BB disse que cabia 5 vezes. Solicitou-se para que os alunos demonstrassem suas respostas com a utilização das peças do Tangram, até que o aluno BB se convenceu de que cabia apenas 4 vezes. Logo, concluiu-se que a fração correspondente ao triângulo grande é $\frac{1}{4}$.

Solicitou-se que resolvessem as demais perguntas referente às outras peças do Tangram. Eles debatiam, como por exemplo o aluno X tentando mostrar para o aluno E quantas vezes uma peça cabia na outra; por vezes pediam dicas para a pesquisadora.

Iniciando-se a discussão sobre o triângulo médio (TM), os alunos tentaram colocar a peça diversas vezes no quadrado base até descobrirem o número de vezes que caberia no Tangram. Surgiram várias respostas corretas e algumas incorretas, como por exemplo $\frac{1}{9}$, a qual foi dita pelo aluno Q. Neste momento lembrou-se aos alunos sobre o comentário da proporcionalidade entre as peças e foi solicitado que comparassem o TM e o TG. Na hora ficaram eufóricos, aproximadamente a metade da turma estava falando ao mesmo tempo que a resposta seria que o TM cabe o dobro de vezes do TG, já que cabe duas vezes dentro do TG. Logo, concluiu-se que a fração do TM é $\frac{1}{8}$.

Após, indagou-se aos alunos sobre o triângulo pequeno (TP), e o aluno X respondeu rapidamente. Solicitou-se ao aluno X que explicasse como havia concluído sua resposta e ele logo disse que o TP cabe duas vezes no TM e, portanto, multiplicou a fração do TM por dois. Neste momento lembrou-se ao aluno X que apenas o denominador da fração é o dobro, pois esta peça (TP) cabe 16 vezes dentro do quadrado base. Assim, a pesquisadora demonstrou no quadro com as peças *tans* que poderiam preencher o TG com 4 TPs, ou poderiam colocar o TP 2 vezes no TM. Concluiu-se, assim, que a fração do TP é $\frac{1}{16}$.

Em seguida, perguntou-se em que resposta chegaram para o quadrado (Q). 50% da turma disse que o Q cabe 9 vezes no Tangram. Solicitou-se aos alunos que mostrassem como chegaram nessa resposta e o aluno N disse que foi colocando um Q ao lado do outro.

No entanto, indagou-se ao aluno N sobre o pedacinho que sobrou para fora do quadrado grande, e ele não soube explicar como fazer. O aluno BB disse que como sobrou um pedaço do lado, poderia dizer que cabem 2,5 Q então. Como as peças do Tangram são todas proporcionais, perguntou-se aos alunos se não tinha nenhuma peça que cabia dentro dele, então o aluno X disse que o TP cabia duas vezes, então perguntou-se qual era a fração e ele respondeu: “A mesma do TM, pois cabe dois TPs.” Portanto, a fração do Q é $\frac{1}{8}$.

Posteriormente, iniciou-se a discussão sobre o paralelogramo (P): “E agora, como pode-se descobrir essa fração?” Surgiram diversas respostas, o aluno BB pegou o TP para preencher os lados do P, a fim de transformá-lo em um retângulo. Neste momento, questionou-se ao aluno BB se tinha como representar o P com outras peças do Tangram, mantendo a mesma área que ele possui. Até que o aluno W disse que sim, o TP cabe duas vezes no P. Perguntou-se aos alunos qual é a fração do P. Todos responderam $\frac{1}{8}$. Solicitou-se que observassem as peças TM, Q e P e relatassem se elas possuem algo em comum. Aproximadamente 30% da turma respondeu que elas representam a mesma fração. Mostrou-se para eles que seus formatos são diferentes, no entanto, as 3 figuras ocupam o mesmo espaço (área). Todos ficaram admirados e então, nesse momento, falou-se aos alunos que o Tangram é mágico, devido a proporcionalidade entre todas as peças. Concluiu-se assim, a construção das frações do Tangram.

Depois desta etapa, os alunos construíram figuras geométricas com o Tangram; todos queriam mostrar suas criações. Pode-se observar que os alunos arquitetaram barcos, casas, etês, cachorros, conforme Figura 11.

Figura 11 – Produção livre dos alunos com as peças do Tangram.

Fonte: Arquivo fotográfico de pesquisa.

No dia 06 de setembro de 2018 aplicou-se o Plano de Aula 3 (Apêndice F). Inicialmente as atividades foram entregues em folha impressa e foi solicitado que a colassem no caderno, após fez-se a explicação de como deveriam fazer as tarefas. Os alunos iniciaram a realização das atividades e logo começaram as discussões sobre as respostas. Neste momento, ao circular pela sala foi possível observar as estratégias de resolução dos alunos, bem como instigá-los a pensar sobre suas respostas. Os alunos J, Y e K foram os primeiros a se manifestar referente à Atividade 1. Explicaram que dividiram o painel de Paulo em triângulos pequenos, então, podiam comparar os dois painéis, pois ficaram com o mesmo número de triângulos. Após, mais 5 alunos chegaram a esta mesma conclusão.

Na Atividade 2, apresentaram naturalidade ao se deparar com variáveis nas frações, entenderam rapidamente que deveriam encontrar o valor do qual elas representavam e que se tratava de frações equivalentes. Os alunos D e H concluíram rapidamente esta atividade. Logo após, os alunos J, Y e K também concluíram. A maioria dos alunos da turma apresentou dificuldades para achar os valores das variáveis C, D, E e F. O aluno G não se manifestou, mas quando questionado, apresentou facilidade para encontrar a forma de execução das tarefas, explicou com simplicidade como encontrou os valores de C e D: "Encontrando o multiplicador de 9 encontra o valor de C e encontrando o divisor de 39, encontra o D".

Ao realizar a Atividade 3, os alunos puderam manusear o dado gigante, conforme Figura 12. Os alunos D e H fizeram a atividade juntos e logo concluíram. Acertaram todas as alternativas, então solicitou-se que explicassem a alternativa c: "Porque o dado tem 6 números e a metade é par, então a metade de 6 é 3". Os alunos J, Y e K também finalizaram juntos, iniciaram algumas discussões, dentre elas, referente à alternativa c, responderam $\frac{2}{3}$, então indagou-se estes alunos referente a esta resposta. Explicaram que: "Tem 3 números pares, daí 2x3=6". Ao perguntar ao aluno J se a resposta estava mesmo correta, ele pensou um pouco, e respondeu: "Viu K, eu disse que era $\frac{3}{6}$, pois tem a metade de chances de ser par".

Figura 12 – Aluno manuseando o dado gigante durante a realização da atividade.

Fonte: Arquivo fotográfico de pesquisa.

Ainda sobre a Atividade 3, alguns alunos precisavam de ajuda para fazê-la. Observando-se o aluno G, que quase não conversava, foi possível perceber que já havia concluído. Perguntou-se a ele porque $\frac{5}{6}$ é a resposta da alternativa d), e ele respondeu: “Porque só tem 1 número 1, não tem nenhum número menor que ele, tirei ele e deu 5”. O aluno A realizou as atividades junto com o aluno G. Pode-se observar os alunos E e X também levantando questionamentos entre o dado e a atividade, ao se aproximar deles, percebeu-se a seguinte fala do aluno E, sobre a alternativa b): “Se o dado tem 6%, a fração vai ter $\frac{4}{6}$ ou $\frac{1}{4}$”. Tentou-se entender como ele chegou nessas frações, mas no momento não foi possível. A maioria da turma demonstrou muito interesse nessas discussões.

Esta aula estava planejada para ser aplicada em apenas 1 período de 50 minutos, no entanto, o tempo não foi suficiente, tornando-se impossível efetuar a correção dos exercícios 2 e 3. Em dois momentos diferentes tentou-se fazer a correção, inclusive em um dos momentos, a professora da turma os lembrou de levar a atividade no dia seguinte. Porém, infelizmente não teve um número significativo de alunos com a atividade que possibilitasse a correção. Eles argumentaram a troca de caderno, ou que o caderno acabou, ou que esqueceram de fazer a colagem, enfim, tornou-se inviável concluir a correção dessa atividade.

No dia 10 de outubro de 2018 aplicou-se o Plano de Aula 4 (Apêndice G). Deu-se esse tempo após o Plano de Aula 3, pois as atividades da pesquisa foram intercaladas com as aulas da professora da turma, a fim de ter os subsídios necessários para a aplicação.

Iniciou-se a aula com a entrega de impressos contendo as atividades e foi solicitado que fizessem a colagem do mesmo no caderno. Os alunos estavam bem agitados, o que dificultou o desenvolvimento das atividades, tendo em vista que a participação deles estava menos intensa e estavam bem dispersos.

Ao tentar realizar a Atividade 1, os alunos não lembravam como representar as figuras na forma mista. Então, explicou-se o conceito e exemplificou-se. Logo relembraram e começaram a resolver. Durante a aplicação, pode-se perceber que esta questão ficou fora do contexto e que possivelmente não teve muito para agregar neste momento.

Ao iniciarem a Atividade 2, aproximadamente 70% da turma demonstrou desinteresse, então, solicitou-se a atenção de todos e abriu-se um momento para reflexões a fim de entender os motivos de estarem dispersos. A turma estava em uma aula de artes, na qual produziram aviões e estavam eufóricos com isso. Bem como, a maioria dos alunos relatou que as questões eram muito difíceis, falou-se a eles que eram expressões “numéricas” que já sabiam resolver, e que apenas estavam utilizando uma forma simbólica (variáveis), para representar os números, além disso, já havíamos feito isso com os *emojis*. Nesta data, 27 alunos estavam na aula e 19 alunos relataram muita dificuldade para trabalhar com as “letras”. O aluno J considera “mais ou menos difícil” trabalhar com “letras”. No entanto, os alunos apresentaram muita dificuldade para resolver as expressões. Primeiramente fez-se a resolução da alternativa a) até a alternativa d). Após, foi relembrado com os alunos a atividade feita com o Tangram, e recapitulou-se as frações de cada uma das peças do Tangram. Após, foi solicitado que fizessem as demais expressões. O aluno N demonstrou muita insegurança, após cada passo que realizava, queria saber se estava certo. O aluno V demonstrou muito interesse na realização da atividade. Os alunos H e D concluíram logo a atividade, alguns resultados estavam corretos. O aluno J demonstrou facilidade com a execução da tarefa. Os alunos T e U disseram que haviam concluído, no entanto, colocaram algumas frações e não fizeram os cálculos. O Aluno G chamou o professor para esclarecer algumas dúvidas, e completou toda a tarefa com êxito. As questões que continham apenas soma tiveram aproximadamente 60% de alunos que acertaram; as questões que continham soma e multiplicação tiveram em média 40% de alunos que acertaram; as questões que continham subtração tiveram em média 25% de acertos, já as questões que continham subtração e multiplicação simultaneamente, tiveram aproximadamente 15% de alunos que acertaram. Observou-se aproximadamente 50% da turma com muita dificuldade para a execução da atividade. Acredita-se que a atividade tenha ficado com o grau de dificuldade muito elevado.

No dia 17 de outubro de 2018 aplicou-se o Plano de Aula 5 (Apêndice H) com a presença de 28 alunos. A aula foi iniciada com a entrega de impressos e foi solicitado aos alunos que fizessem a colagem no caderno. Desenhou-se o gráfico no quadro, explicando aos alunos como deveriam fazer a Atividade 1. Conforme os alunos iam fazendo a atividade, circulava-se pela sala para ajudá-los. Os alunos J, K e Y resolveram a alternativa b) somente olhando para o gráfico, a diferença neste caso é bem perceptível. Os alunos D e G resolveram a alternativa c), o item ii) cálcio, também só olhando para o gráfico. Comentou-se que neste caso deu certo, no entanto, que é importante fazer o cálculo para ter certeza. Iniciou-se a correção, 100% da turma acertou a alternativa a), aproximadamente 65% dos alunos acertou a alternativa b), aproximadamente 40% dos alunos acertou os 2 primeiros tópicos da alternativa c) e aproximadamente 7% acertou o terceiro tópico da alternativa c). Já a alternativa d) foi acertada por aproximadamente 17% dos alunos da turma.

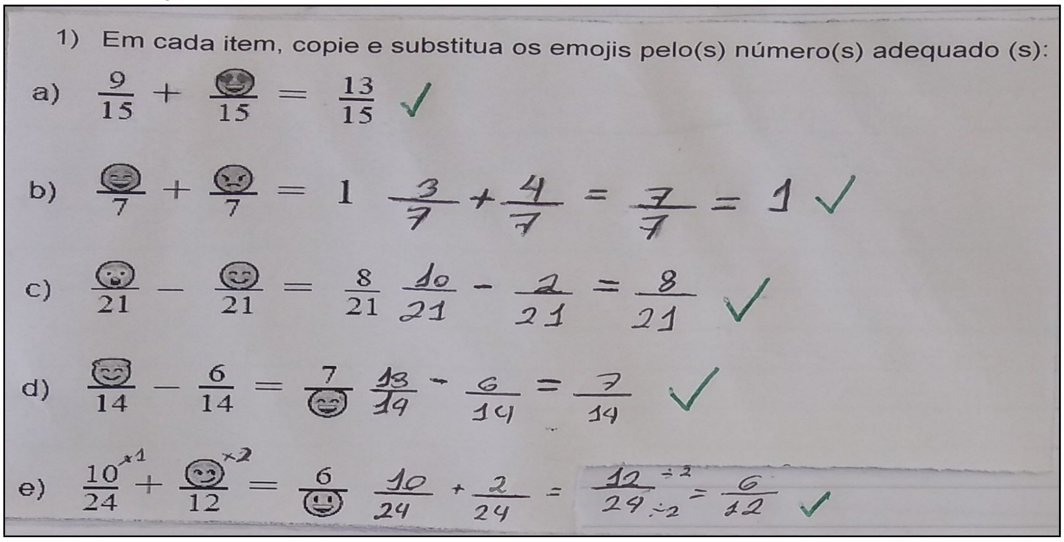
A alternativa a) foi rapidamente resolvida, aproximadamente 60% da turma acertou o número divisor e o número multiplicador; aproximadamente 40% da turma acertou o denominador da terceira fração, apontando desta forma a dificuldade para efetuar a multiplicação de números com dois algarismos. Ao iniciar a correção da alternativa b), falou-se que seria o momento de desvendar um grande mistério, embora com pressa, os alunos demonstraram algum interesse. Montou-se o esquema no quadro mostrando que partindo da fração do meio para chegar na primeira, está "sumindo" alguma coisa. Os alunos disseram que era a letra B, e então mostrou-se a eles que poderiam simplificar, assim como eles fazem nas frações numéricas. E, partindo da segunda fração para chegar na terceira, tinha que fazer uma multiplicação, neste caso, como apareceu a letra C no numerador, multiplica-se AB por C e o denominador B também multiplicando por C fica BC. Foi perguntado aos alunos se era possível fazer mais alguma coisa. O aluno J respondeu que era possível simplificar novamente, logo, o resultado ficaria A. O aluno T apresentou a resposta correta antes da correção. Aproximadamente 25% da turma acertou esta atividade, no entanto, não fizeram a simplificação no final. A correção deste exercício teve que ser realizada de forma mais rápida, impossibilitando as discussões desejadas, pois a aula estava acabando e devido a serem os últimos períodos, os alunos ficaram apressados para ir para casa e acabaram não dando a importância desejada para este momento.

4.4 ETAPA 4: APLICAÇÃO DO PÓS-TESTE

No dia 22 de outubro de 2018 realizou-se a atividade referente ao Pós-teste (Apêndice I). Foi entregue aos alunos impressos com as atividades a serem realizadas. Eles deveriam responder as questões sem olhar no caderno e sem conversar com os colegas, a fim de que fosse possível verificar o que eles sabiam fazer. A atividade foi colada no caderno. Conforme os alunos concluíam a atividade, esse registro ia sendo fotografado e eles ganhavam um carimbo com estrelinha.

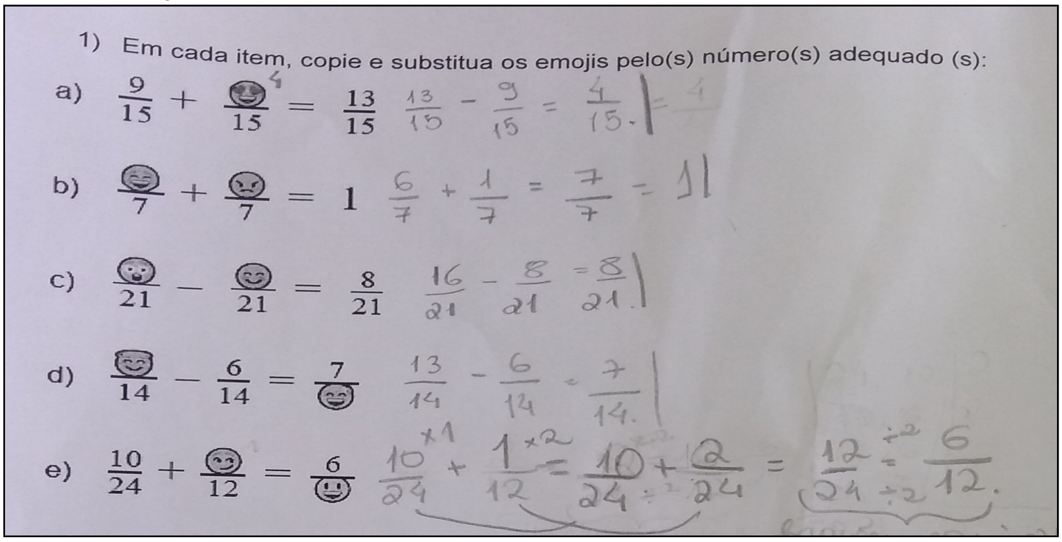
Ao realizar-se a correção da Atividade 1, os alunos interagiram bastante e informavam os valores que atribuíram para cada *emoji*. Em algumas alternativas existia a possibilidade de mais de uma resposta, eles perceberam isso e comentaram. Aproximadamente 95% da turma apresentou dificuldade para resolver a alternativa e), então, deu-se uma dica de que teriam que fazer alguma coisa com o resultado para que ele ficasse conforme o indicado. Os alunos J e K logo se deram conta de que precisavam fazer uma simplificação. Pode-se observar algumas alternativas com diferentes resultados nesta atividade conforme mostram as Figuras 13 e 14.

Figura 13 – Atividade do Pós-teste realizada pelo aluno G.



Fonte: Arquivo fotográfico de pesquisa.

Figura 14 – Atividade do Pós-teste realizada pelo aluno U.



Fonte: Arquivo fotográfico de pesquisa.

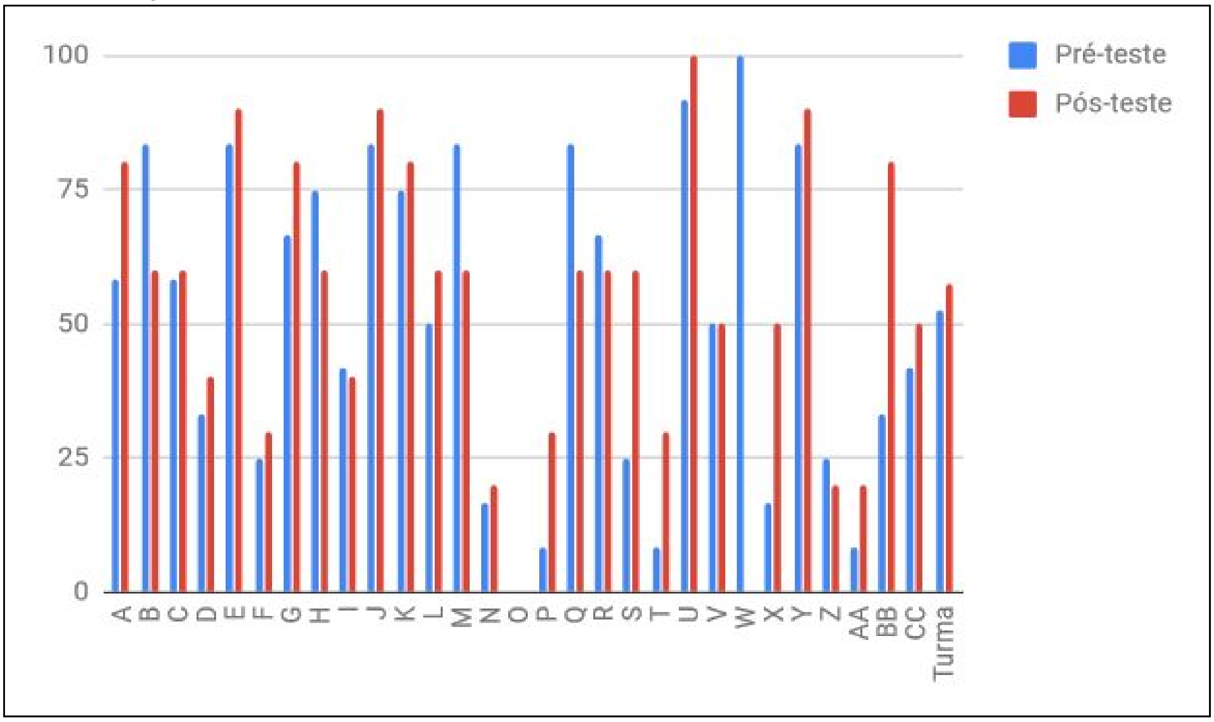
Pode-se perceber na correção da Atividade 2 que aproximadamente 45% da turma resolveu as questões geometricamente. Confirmou-se que poderiam fazer dessa forma, no entanto, neste caso deveriam realizar os cálculos a fim de verificar se as respostas estavam corretas. Porém, os alunos não realizaram os cálculos e cometeram equívocos. Por exemplo, na alternativa c), eles encontraram $u = \frac{5}{36}$, no entanto, a resposta correta é $u = \frac{6}{36}$, uma diferença pequena que geometricamente os alunos não perceberam.

Esperava-se que em algum momento do Pós-teste, os alunos utilizassem a representação algébrica com naturalidade, no entanto, isso não aconteceu. Durante as explicações para a execução da atividade, bem como, durante a correção, a pesquisadora referia-se sempre a representação algébrica, ressaltando a incógnita (letra) correspondente e seus respectivos valores, no entanto, esta representação não apareceu em nenhum momento da tarefa final.

Ao fazer-se o comparativo entre o Pré o Pós-teste, pode-se observar que a turma obteve, embora pequena, uma certa evolução. Pensa-se que alguns fatores possam ter contribuído para que este resultado não fosse maior. Durante a execução do Pós-teste, os alunos tentaram resolver a Atividade 2 apenas geometricamente, o que os levou a cometer equívocos e resultados muito próximos ao correto. Outro fator que também pode ter contribuído, foi que como seria o último dia com a turma, combinou-se um encerramento no pátio da Escola, no qual entregou-se uma recompensa aos alunos pela participação, então eles se mostraram ansiosos para a conclusão da atividade. Tem-se que levar em consideração também, que o aluno W não estava presente na data da realização da atividade final, e ele teve 100% de aproveitamento na atividade Pré-teste. O aluno O não compareceu em nenhum dos testes.

Na Figura 15, apresentam-se os resultados do Pré e do Pós-teste de todos os alunos da turma, bem como a média da turma.

Figura 15 – Comparação dos Resultados dos alunos no Pré-teste e no Pós-teste.

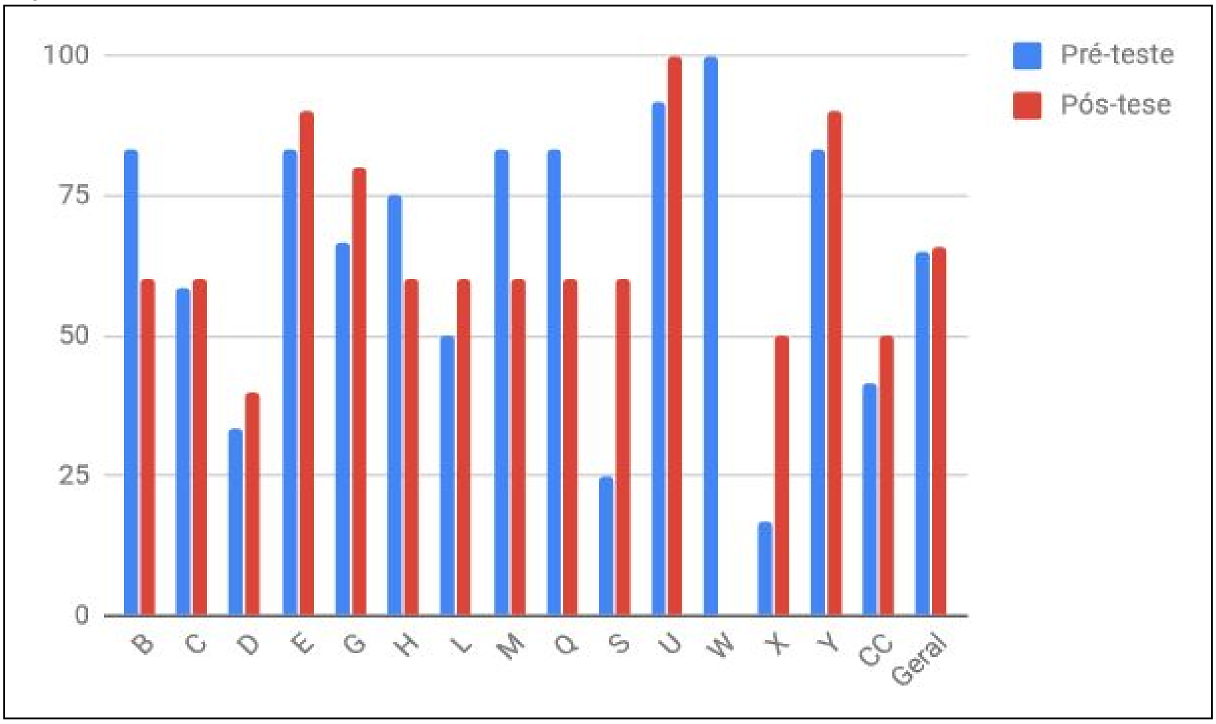


Fonte: Dados da pesquisa.

Considerando os resultados apresentados na Figura 15, pode-se observar que 63% dos alunos obtiveram uma melhora em seu desempenho, 22% dos alunos reduziram seu desempenham e 15% mantiveram o mesmo desempenho nos 2 testes aplicados. Observa-se ainda, que a turma em sua totalidade obteve um aumento de aproximadamente 5% nos resultados, passando de uma média geral de 52,68 pontos para 57,41 pontos.

Comparando com o Questionário aplicado, observa-se que os alunos que consideraram o conteúdo de frações fácil, apresentaram um bom desempenho na execução das atividades Pré e Pós-teste, conforme mostra a Figura 16, sem um acréscimo expressivo na média desses alunos.

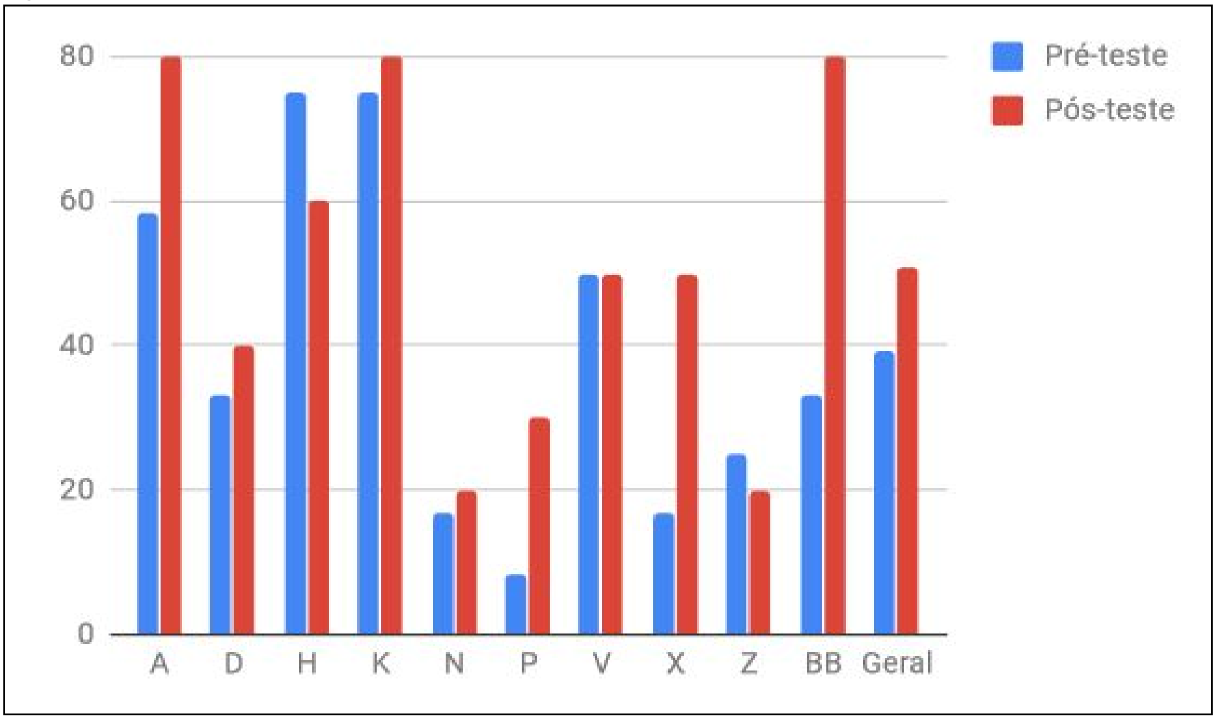
Figura 16 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que consideraram fácil o conteúdo de frações.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Na Figura 17, apresentam-se os resultados dos alunos que consideraram o conteúdo de frações difícil. Apesar desta colocação, a maioria (80%) obteve resultados melhores, passando da média 39 pontos para 51 pontos entre esses alunos.

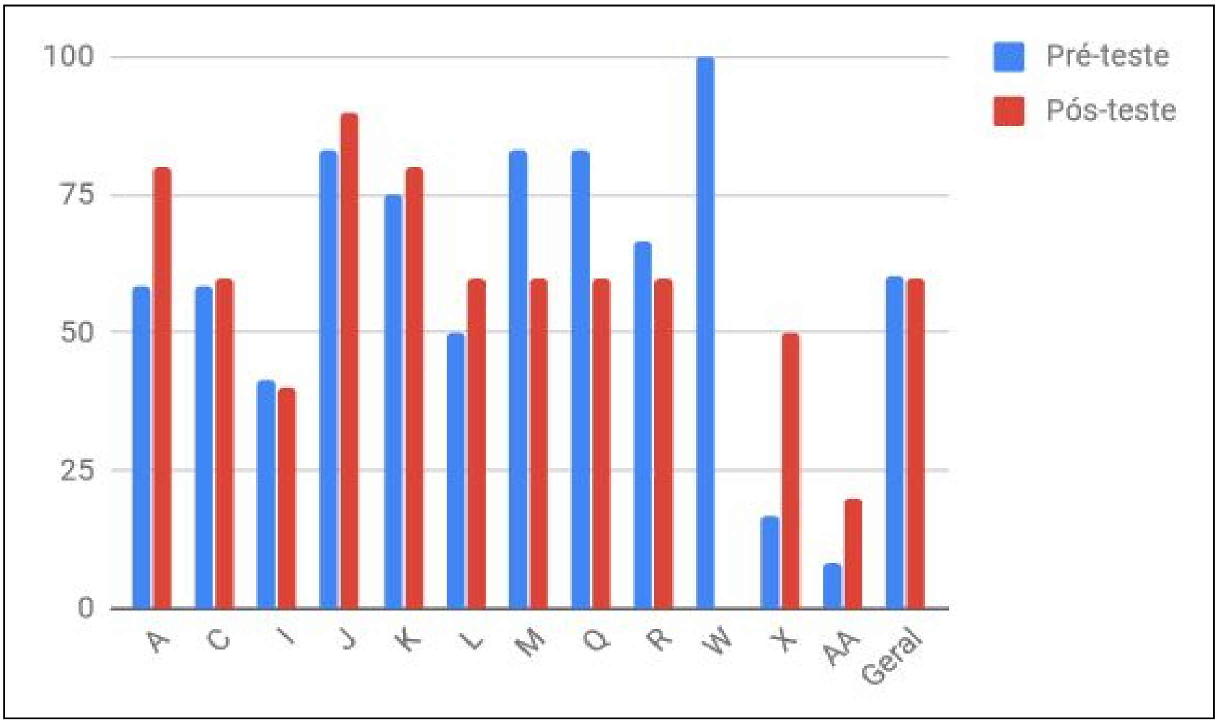
Figura 17 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que consideraram difícil o conteúdo de frações.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Na Figura 18, apresentam-se os resultados do Pré e Pós-teste para os alunos que responderam entender as ordens dos exercícios apenas lendo. Observa-se que 7 desses alunos tiveram resultados melhores, porém 4 não. A média da turma ficou basicamente a mesma. Apesar da aparente autonomia, para alguns há a necessidade de um maior acompanhamento para verificar se, de fato, esses alunos entendem os enunciados e os conceitos trabalhados.

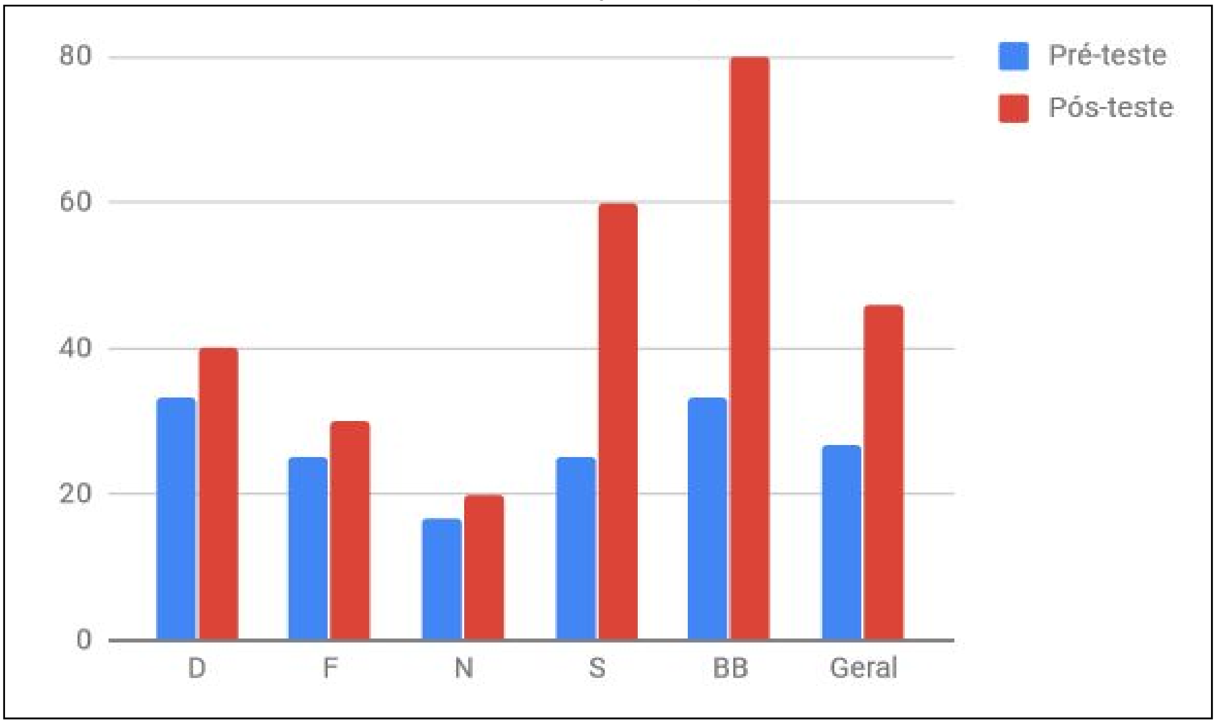
Figura 18 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que responderam entender as ordens dos exercícios apenas lendo.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Já na Figura 19, apresentam-se os resultados dos alunos que relataram entender as ordens dos exercícios somente após a ajuda da professora. Apesar desses alunos possuírem uma maior dependência da professora, foi o grupo que, em sua totalidade, apresentou uma evolução entre testes. Pelo gráfico observa-se que dois dos alunos melhoraram em mais de 100%, atingindo 60% e 80% no Pós-teste, respectivamente.

Figura 19 – Resultados do Pré e Pós-teste dos alunos que responderam entender as ordens dos exercícios com a ajuda da professora.



Fonte: Dados da Pesquisa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciou-se esta pesquisa com o objetivo de verificar o nível de abordagem do pensamento algébrico no estudo de frações com uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental da Rede Estadual. Paralelo a isso, apresentou-se uma proposta de atividade envolvendo o pensamento algébrico e após analisou-se os resultados de sua aplicação por meio de uma atividade Pré-teste e Pós-teste. Mais especificamente, buscou-se responder ao problema de pesquisa: A que nível o pensamento algébrico é abordado no sexto ano do Ensino Fundamental? De que forma o pensamento algébrico auxilia na construção de conceitos matemáticos nesta etapa?

Com a intenção de atingir este objetivo, bem como responder ao problema de pesquisa, analisou-se o formalismo matemático por meio de livros de Matemática pura que mostram o emprego para tal rigor. Analisou-se também trabalhos acadêmicos que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como, pesquisou-se sobre a evolução da abordagem do conteúdo de frações em livros didáticos. Buscou-se ainda, desenvolver com os alunos as atividades propostas, procurando levantar reflexões acerca das características apresentadas por eles em suas produções, indagações e atitudes.

Na aplicação da atividade contida no Pré-teste (Apêndice D) pode-se observar que, de modo geral, os alunos apresentaram bastante curiosidade, gostaram de interagir com os *emojis,* manifestar suas opiniões, expor suas respostas e ao final das atividades demonstraram que queriam mais.

Na aplicação do Plano de Aula 2 (Apêndice E) os alunos se mostraram muito interativos, ao levantar questionamentos sobre a construção das frações do Tangram, todos participaram e ficavam muito animados quando conseguiam chegar a resposta correta, no entanto, valorizava-se cada comentário, fazendo-os refletir sobre a proposta apresentada.

Durante a aplicação do Plano de Aula 3 (Apêndice F) foi o momento em que mais sentiu-se a interação da turma, talvez porque com a utilização do material concreto, nesse caso o dado gigante, despertou-se ainda mais a curiosidade dos alunos, fazendo com que todos quisessem pegar o objeto. Porém, o planejamento não foi adequado na escolha de apenas um período para esta atividade e, de acordo com os motivos já descritos no capítulo anterior, não foi possível concluí-la, fato que trouxe frustração, pois entende-se que na correção seria possível abrir mais espaço para discussões, bem como para esclarecimentos e seria possível obter dados relevantes.

Os alunos demonstraram muito interesse quando os números estavam representados por *emojis*, e no momento em que as incógnitas foram introduzidas sucintamente no Plano de Aula 3 (Apêndice F), eles apresentaram naturalidade, no entanto, no Plano de Aula 4 (Apêndice G) em que as incógnitas foram trabalhadas de uma forma mais concreta, os alunos demonstraram desinteresse e desmotivação. Acredita-se que poderia ter-se utilizado mais símbolos antes da inclusão das variáveis, a fim de deixar os alunos mais curiosos e entusiasmados. Acredita-se também que a ordem e a distância entre as aplicações dos planos de aula 2 e 4 possa ter interferido, pois as duas estão relacionadas com o Tangram. No entanto, pensou-se em aplicar as atividades do Plano de Aula 3 antes do Plano de Aula 4, pois o Plano de Aula 3 continha menos algebrismo, e assim pensou-se que eles estariam mais preparados na ordem apresentada, fato este que não corroborou com a aplicação.

Após a aplicação, observou-se as atividades do Plano de Aula 5 (Apêndice H) com grau de dificuldade igual ou superior as atividades do Plano de Aula 4, no entanto, os alunos demonstraram maior motivação para a execução das atividades do Plano de Aula 5. Embora vários fatores interferiram na execução das atividades, pode-se perceber que os alunos apresentaram determinada barreira com relação a representação algébrica.

Embora tenha-se buscado observar o maior número de alunos em todas as atividades, infelizmente não foi possível estudar a forma que todos pensam, devido ao número de alunos na turma. Notou-se que alguns alunos que apresentaram um nível elevado de dificuldade no Pré-teste, em sua maioria, apresentou uma evolução no Pós-teste. Os alunos que não apresentaram melhorias, de acordo com a professora da turma, também apresentam dificuldades nas atividades que ela aplica, de modo geral são dedicados, no entanto, apresentam dificuldades para entender os conteúdos. Os alunos que mais foram citados nas atividades aplicadas, foram os que interagiram de uma maneira mais efetiva durante as aplicações, no entanto, procurou-se dar atenção e passar em todas as classes durante a execução das atividades, exceto no Pré e no Pós-teste.

Nas aulas em que utilizou-se material concreto e símbolos *emojis*, percebeu-se um significativo interesse por parte dos alunos. Tinha-se a expectativa de atingir este resultado em todas as atividades propostas, porém, isso não foi possível. Pensa-se também que as atividades dos planos de aula 4 e 5 ficaram com níveis de dificuldade muito alto, impedindo assim que a interação acontecesse da forma esperada. Vários fatores influenciaram na execução das atividades, tais como alguns erros de planejamento como o tempo de duração das aulas, os dias em que a execução da aula se dava após o intervalo, pois os alunos voltavam agitados e nos últimos 10 minutos perdiam o foco, já pensando em ir para casa.

Para a elaboração do Pós-teste (Apêndice I), manteve-se a mesma estrutura, porém, levou-se em consideração a evolução dos alunos referente ao conteúdo. Entende-se que as figuras da Atividade 2 poderiam ser apresentadas com as divisões, a fim de facilitar o entendimento por parte dos alunos e que o Pós-teste poderia estar com um nível de dificuldade menor do que o apresentado. Esperava-se que em algum momento da realização do Pós-teste os alunos utilizassem a representação algébrica com naturalidade, no entanto, esta representação não apareceu em nenhum momento da tarefa final.

Apesar dos resultados entre o Pré-teste e o Pós-teste não apresentarem uma diferença muito grande, nota-se que os alunos que apresentavam maiores dificuldades, os quais consideravam o estudo de frações difícil, obtiveram uma melhora significativa em seu desempenho. Neste sentido, considera-se que as atividades envolvendo o pensamento algébrico contribuíram para esta evolução e que, de modo geral, colaboraram com o aprendizado de frações por parte da turma.

O foco da presente pesquisa está na representação na forma algébrica, no entanto, nas atividades propostas, apresentaram-se também exercícios contemplando a forma geométrica, buscando-se facilitar o entendimento por parte dos alunos.

Entende-se que, com algumas adequações no planejamento, as atividades propostas possam ser aplicadas, visto que, em linhas gerais, os alunos tiraram proveito das atividades.

Por ser algo que exige bastante raciocínio dos alunos, o pensamento algébrico precisa ser trabalhado sempre que possível, de forma a melhorar a argumentação e raciocínio dos alunos. Nesse sentido, pode-se observar que o pensar algebricamente desde o Ensino Fundamental propicia aos estudantes um melhor entendimento matemático, assim como nos trazem os PCNs, já mencionados no Capítulo 1. Bem como, corroboram com tal colocação, Ripoll *et al.* (2011), Lima *et al*. (2012), Carvalho (2010), Veloso (2012) e Silva (2013), mencionados no Capítulo 2 desta pesquisa.

Conforme mencionado no Capítulo 1, esta pesquisa se deu por uma motivação pessoal. Assim sendo, sinto-me satisfeita com o trabalho realizado, tendo em vista que meu maior objetivo era iniciar a construção de um alicerce algébrico nos alunos, e acredito que esta semente foi plantada.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim.** São Paulo: FTD, 2000.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática.** São Paulo: Blucher, 2012.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática:** fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.** Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 25 abr. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2018.

CHAVANTE, Eduardo. **Convergências:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2015.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Revista Quadrante**, Portugal, v. XVI, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARVALHO, Sandro Azevedo. **Pensamento Genérico e Expressões Algébricas no Ensino Fundamental.** 2010. 257 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris:** Matemática. 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática:** da teoria à prática. 23.ed. Campinas: Papirus, 2012.

FREIRE, Raquel Santiago. **Objetivos de Aprendizagem para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental**. 2007. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

GAY, Mara Regina Garcia (Editora responsável). **Projeto Araribá**: Matemática. 4. ed. São Paulo: Moderna, 2014.

GASKELL, George. Entrevistas individuais e grupais. In: BAUER, Martin W.; GASKELL, George (Orgs.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. 10. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

I-TECH. International Training & Education Center On HIV. **Orientações para Pré e Pós-teste.** Washington, 2008. Disponível em: <http://disciplinas.famerp.br/fhIII/Ati/MED%202016%20FH%20I%20Gui%C3%A3o%20Sobre

%20AVALIA%C3%87%C3%83O%20PR%C3%89VIA%20e%20POSTERIOR.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2018.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo e MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio**, v. 1. 10. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

LINS, Romulo Campos. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento. 4.ed. São Paulo, SP: Cortez, 2012.

RIPOLL, Jaime Bruck; RIPOLL, Cydara Cavedon; SILVEIRA, José Francisco Porto da. **Números Racionais, Reais e Complexos**. 2. ed. rev. ampl. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2011.

ROSA, Maria Virgínia de Figueiredo Pereira do Couto; ARNOLDI, Marlene Aparecida Gonzales Colombo. **A entrevista na pesquisa qualitativa:** mecanismos para validação dos resultados. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SILVA, Daniele Peres da. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I.** 2012. 163 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. 2012.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática:** Compreensão e Prática. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de saber matemática.** 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de saber matemática.** 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de saber matemática.** 3. ed. São Paulo: FTD, 2015.

VELOSO, Débora Silva. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental:** análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano. Ouro Preto 2012. 245 f. Tese (Mestrado em Educação) - Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2012.

APÊNDICE A – Termo de solicitação

INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Sul
Campus Caxias do Sul

À Sra. Adriana Helena Boff Machado, diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Érico Veríssimo de Caxias do Sul.

Venho por meio deste solicitar autorização para a realização de um trabalho com a turma 6.0 do 6º ano do Ensino Fundamental, com a qual serão aplicadas atividades conforme descrição abaixo. Os dados levantados farão parte do meu Trabalho de Conclusão de Curso, intitulado "**Estudo de frações por meio do pensamento algébrico com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental**", sob orientação da professora Dra. Greice da Silva Lorenzzetti Andreis, docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, *Campus* Caxias do Sul. Solicito ainda a permissão para utilização do nome da instituição nesse Trabalho de Conclusão de Curso, ressaltando que os estudantes envolvidos não serão identificados, visando preservar a sua integridade.

Uma prévia do Projeto:

Tem-se a ideia de aplicar o presente projeto com alunos de sexto ano, no período de duas semanas. Os encontros serão realizados três vezes por semana nos períodos das aulas de Matemática. No primeiro dia, será aplicada uma avaliação para investigar o pensamento algébrico dos estudantes. Nos próximos quatro encontros, serão desenvolvidas atividades relacionadas ao pensamento algébrico e por fim, no último dia será aplicada uma nova avaliação para a comparação dos dados das duas avaliações. Considerando que o grau de dificuldade da primeira e da última avaliação será análogo, ou seja, as questões serão baseadas em um mesmo contexto, mantendo a estrutura algébrica, buscar-se-á avaliar o progresso apresentado pelos alunos, após o desenvolvimento das questões trabalhadas nos encontros anteriores.

Ao final do projeto, após aprovação da banca examinadora, os resultados da pesquisa serão encaminhados para a Escola por e-mail.

Agradecemos a atenção e nos colocamos a disposição para quaisquer esclarecimentos.

Atenciosamente,

____________________________	____________________________
Simone Silva Nunes	Profa. Dra. Greice da Silva Lorenzzetti Andreis
Licencianda em Matemática	Orientadora do TCC

Caxias do Sul, 07 de junho de 2018.

( ) DEFERIDO ( ) INDEFERIDO

____
Assinatura da diretora da Escola Estadual Érico Veríssimo

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Sul
Campus Caxias do Sul

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____, titular da cédula de identidade nº _______________________, como representante legal do menor abaixo referido autorizo expressamente:

A participação do menor _________________________________, cuja idade é _________ anos, a participar do projeto de pesquisa intitulado: **Estudo de frações por meio do pensamento algébrico com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental,** referente à pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvido pela pesquisadora Simone Silva Nunes, sob orientação da Professora Dra. Greice da Silva Lorenzzetti Andreis, a qual poderei contatar pelo e-mail: greice.andreis@caxias.ifrs.edu.br.

Os objetivos deste estudo são estritamente acadêmicos, que, em linha gerais, trata-se de analisar o ensino de frações por meio do pensamento algébrico. As informações coletadas com a pesquisa serão utilizadas somente em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), sendo a identidade do menor acima descrito preservada e os dados pessoais identificados apenas genericamente.

Estou ciente que, caso tenha dúvidas, poderei contatar a pesquisadora Simone Silva Nunes pelo e-mail: simone.silva@caxias.ifrs.edu.br.

Por esta ser a expressão da minha vontade, declaro que autorizo a participação do menor acima descrito e assino a presente autorização.

Atesto o recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Autorização.

____

Simone Silva Nunes
Pesquisadora

____

Profa. Dra. Greice da Silva Lorenzzetti Andreis
Orientadora

Caxias do Sul, _____ de _______________de 2018.

____

Assinatura do representante legal do menor

APÊNDICE C – Questionário

1. Nome:
2. Idade:
3. Que atividades das aulas de Matemática você acha mais fáceis?
4. Que atividades das aulas de Matemática você acha mais difíceis?
5. Você entende as ordens dos exercícios de Matemática apenas lendo, ou precisa que a professora explique o que deve ser feito?

APÊNDICE D – Plano de Aula 1: Pré-teste

Carga horária: 2 períodos de 50 minutos.

Objetivos

- Perceber a Matemática presente no dia a dia, assim como a aplicação dos números fracionários;
- Observar os conhecimentos matemáticos dos alunos;
- Trabalhar com soma de frações e frações equivalentes.
- Introduzir a forma algébrica na representação de frações por meio de *emojis*.

Metodologia

A aula iniciará com uma conversa instigando os alunos a uma discussão sobre a utilização das frações no cotidiano. Após, entregar em folha impressa as atividades do Pré-teste para que os alunos as resolvam. Por fim, realizar a correção, citando várias possibilidades e, sempre que possível, apresentando a Matemática formalmente.

Materiais utilizados

Quadro, marcador para quadro branco e impressos.

Desenvolvimento da aula

1. **Discussão sobre a utilização das frações no cotidiano**

Atividade adaptada de Silveira (2015, p. 126).

No dia a dia, as frações são utilizadas para expressar quantidades e medidas que não podem ser indicadas por números naturais.

Observe alguns exemplos:

- Comi dois sextos de uma pizza.
- Gastei três quartos do combustível na viagem.
- Gastei um terço da quantia que recebi.
- Já percorri um quinto da distância.

Em todos esses casos, utilizamos números fracionários.

Solicitar aos alunos, para que listem algumas situações do seu dia a dia em que utilizam números fracionários. Discutir com a turma as situações apontadas. Na sequência, entregar o material impresso com o Pré-teste.

2. Aplicação do Pré-teste

1) Em cada item, copie e substitua os *emojis* pelo número adequado:

a) 2 + 😘 = 5

b) $\frac{8}{4}$ = 😜

c) $\frac{2}{3}$ = 😐 / 6

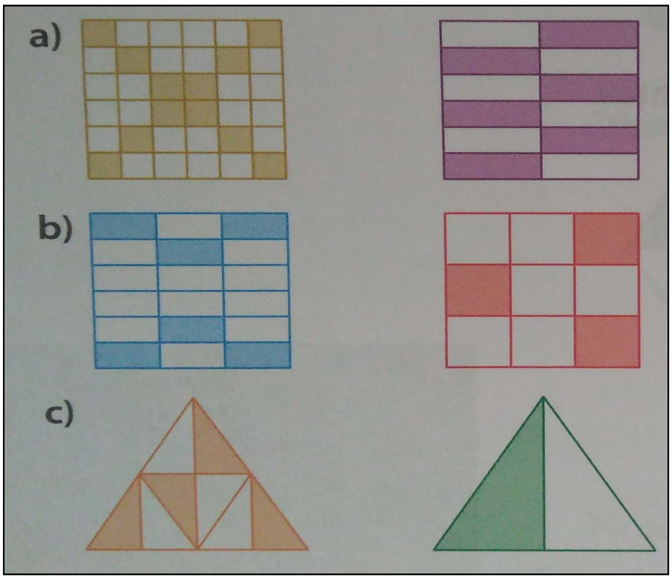
d) $\frac{2}{9}$ = 4 / 😚

e) 5 / 😆 = $\frac{25}{30}$

f) $\frac{7}{15} + \frac{8}{15}$ = 😛 / 😭

Atividade de GAY (2014, p. 154):

2) Verifique se os pares de figuras representam frações equivalentes. Justifique.



3. Respostas do Pré-teste

1)

a) $2+3=5$

b) $\frac{8}{4}=2$

c) $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$

d) $\frac{2}{9}=\frac{4}{18}$

e) $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$

f) $\frac{7}{15}+\frac{8}{15}=\frac{15}{15}=1$

2)

a) Não; $\frac{12}{36}\neq\frac{6}{12}$

b) Sim; $\frac{6}{18}=\frac{3}{9}$

c) Sim; $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

APÊNDICE E – Plano de Aula 2

Carga horária: 2 períodos de 50 minutos.

Objetivos

- Estabelecer relações entre figuras geométricas e frações.
- Identificar as proporções existentes nas peças do Tangram;
- Representar as frações adequadamente;
- Construir figuras geométricas.

Metodologia

Entregar para cada aluno um Tangram conforme Figura 20. Solicitar para desenharem em uma folha um quadrado de lado 20 cm, que servirá de base para a atividade. Solicitar que os alunos preencham o quadrado com todas as peças do Tangram. Desafiar os alunos a descobrirem qual a fração que cada peça do Tangram representa, tomando como base o quadrado formado por todas as peças. Solicitar aos alunos que construam com todas as peças do Tangram algumas figuras geométricas.

Materiais utilizados

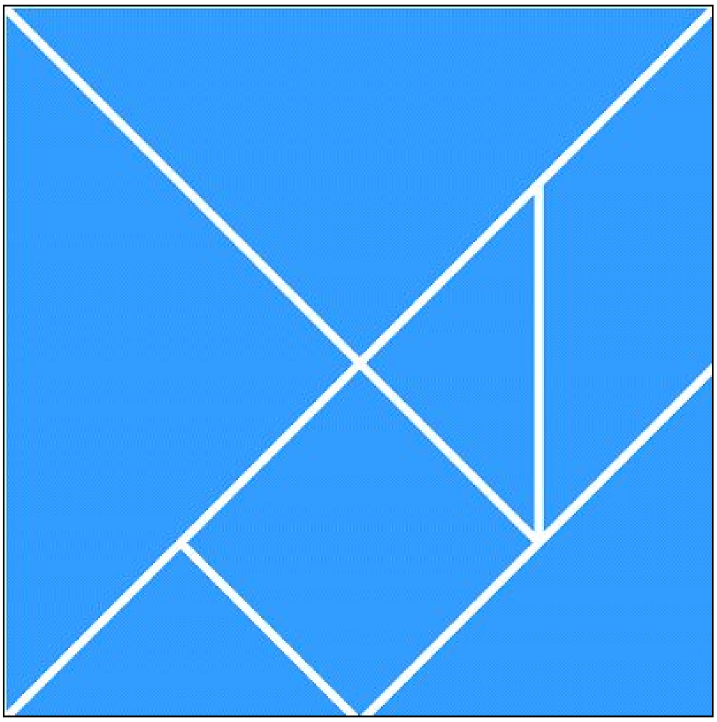
Quadro, marcador para quadro branco, impressos e Tangram.

Desenvolvimento da aula

1. **Atividade com o Tangram**

Atividade adaptada do vídeo Frações de figuras e frações do Tangram, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Cw24zlqa3dg> (acesso em: 20 maio 2018).
Entregar as peças do Tangram apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Tangram.



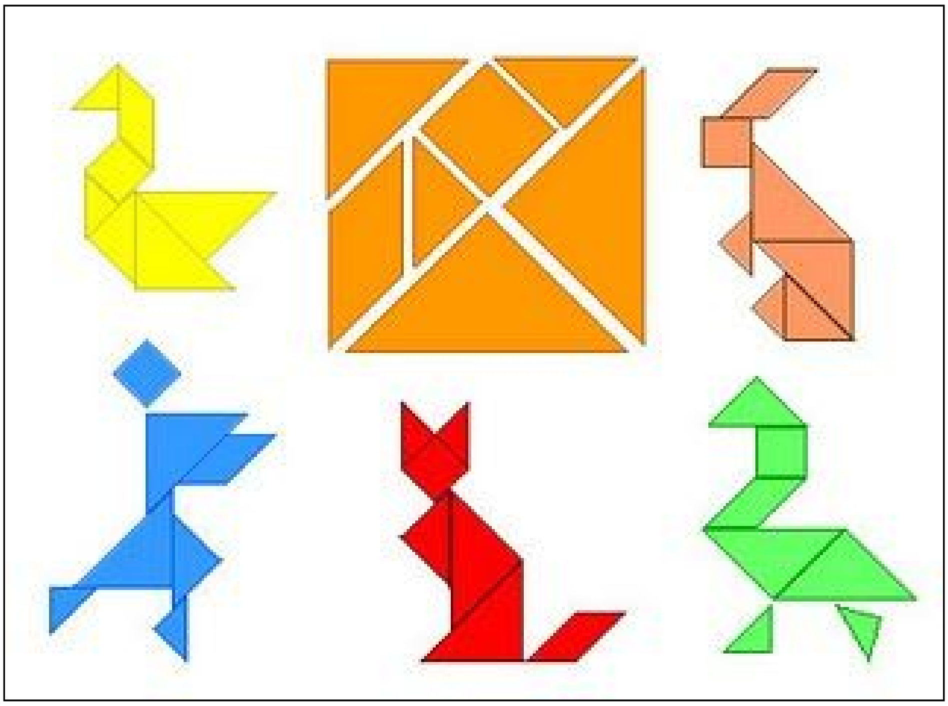
Fonte: Portal Crescer. Disponível em: <http://portalcrescer.blogspot.com.br/2011/02/tangram.html> Acesso em: 18 maio 2018.

Como as peças do Tangram são todas proporcionais entre si, determine:

1) Qual a fração do Tangram que forma o triângulo grande (TG)?
2) Qual a fração do Tangram que forma o triângulo médio (TM)?
3) Qual a fração do Tangram que forma o triângulo pequeno (TP)?
4) Qual a fração do Tangram que forma o quadrado (Q)?
5) Qual a fração do Tangram que forma o paralelogramo (P)?
6) Utilizando todas as peças do Tangram, crie figuras geométricas. Por exemplo: pato, gato, coelho etc.

Apresentar exemplos de algumas figuras que podem ser construídas com o Tangram, conforme Figura 21.

Figura 21 – Possibilidades de construção com as peças do Tangram.



Fonte: Portal Crescer. Disponível em: <http://portalcrescer.blogspot.com.br/2011/02/tangram.htmll>. Acesso em: 20 maio 2018.

2. Respostas das atividades

1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{8}$

3) $\frac{1}{16}$

4) $\frac{1}{8}$

5) $\frac{1}{8}$

APÊNDICE F – Plano de Aula 3

Carga horária: 1 período de 50 minutos.

Objetivos

- Identificar as frações equivalentes;
- Utilizar a representação algébrica;
- Identificar frações por meio de material concreto.

Metodologia

Entregar aos alunos, em folha impressa, as atividades a serem realizadas. Após o desenvolvimento das mesmas, realizar a correção, sempre abrindo espaço para que os alunos se manifestem e expliquem qual a forma utilizada para o desenvolvimento de cada atividade.

Materiais utilizados

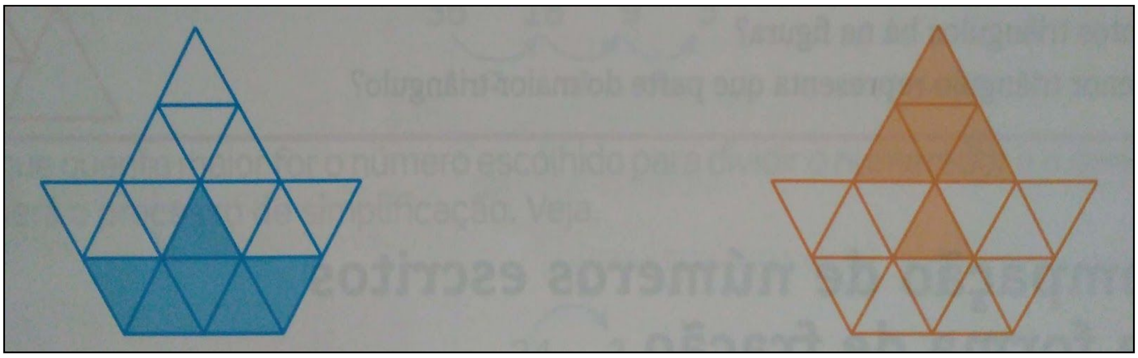
Quadro, marcador para quadro branco, dado gigante e impressos.

Desenvolvimento da aula

1. Aplicação das atividades

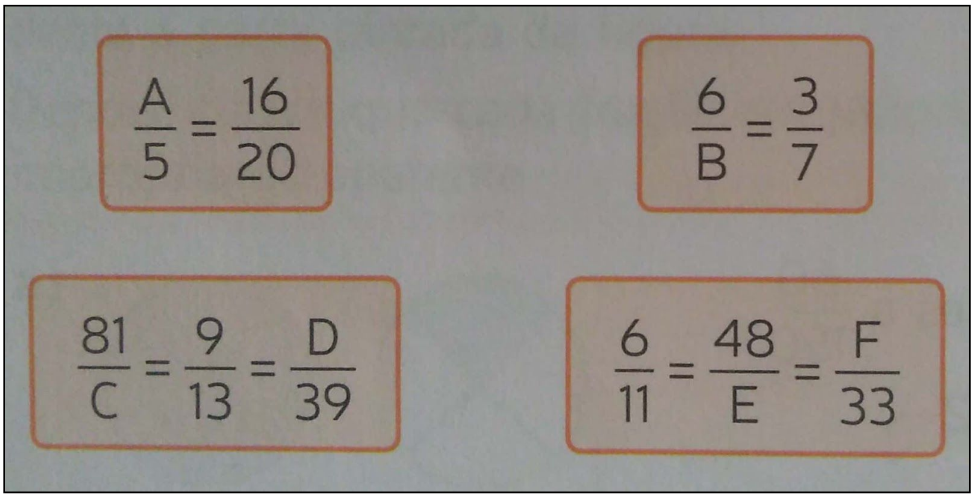
Atividade de Bianchini (2011, p. 134):

1) Paulo pintou de azul $\frac{3}{8}$ de um painel, e Carla pintou de laranja $\frac{5}{16}$ de outro painel igual ao de Paulo. Quem pintou mais?



Atividade de Souza e Pataro (2015, p. 136):

2) Nas fichas a seguir, cada letra representa um número e as frações são equivalentes. Determine o número correspondente a cada letra.



Atividade adaptada de Dante (2015, p. 161):

3) Observe o dado gigante e responda às seguintes perguntas:

Fonte: Dado do Laboratório de Matemática do IFRS, *Campus* Caxias do Sul.

a) Quantas faces tem um dado?

b) No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de sair a face 4?

c) Qual é a probabilidade de sair uma face com número par de pontos?

d) Qual é a probabilidade de sair uma face com número de pontos maior do que 1?

2. Respostas das atividades

1) Podemos comparar os painéis dividindo-os em partes iguais utilizando os triângulos menores. Neste caso, geometricamente. Ou, podemos transformar as frações em frações equivalentes. Assim, temos:

$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} > \frac{5}{16}$. Portanto, Paulo pintou mais do que Carla.

02)

A = 4, B = 14, C = 117, D = 27, E = 88 e F = 18.

03)

a) 6 faces.

b) 1 em 6, ou $\frac{1}{6}$.

c) $\frac{3}{6}$.

d) $\frac{5}{6}$.

APÊNDICE G – Plano de Aula 4

Carga horária: 2 períodos de 50 minutos.

Objetivos

- Identificar em figuras geométricas as frações e sua forma mista;
- Resolver expressões com representação algébrica.

Metodologia

Entregar aos alunos, em folha impressa, as atividades a serem realizadas. Após o desenvolvimento das mesmas, realizar a correção, sempre abrindo espaço para que os alunos se manifestem e expliquem qual a forma utilizada para o desenvolvimento de cada atividade.

Materiais utilizados

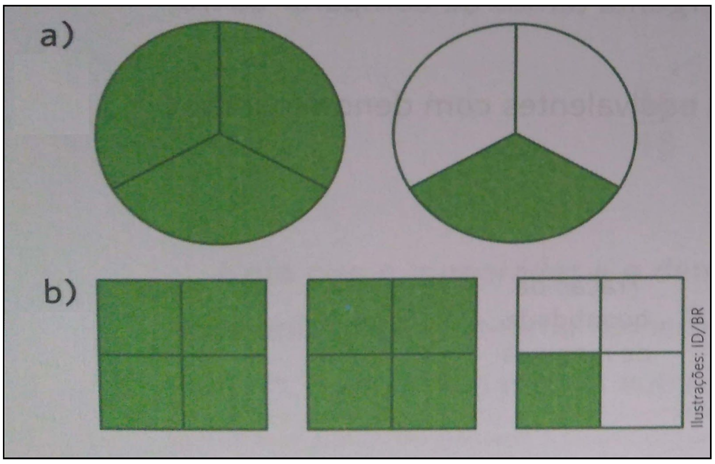
Quadro, marcador para quadro branco e impressos.

Desenvolvimento da aula

1. Aplicação das atividades

Atividade de Chavante (2016, p. 162):

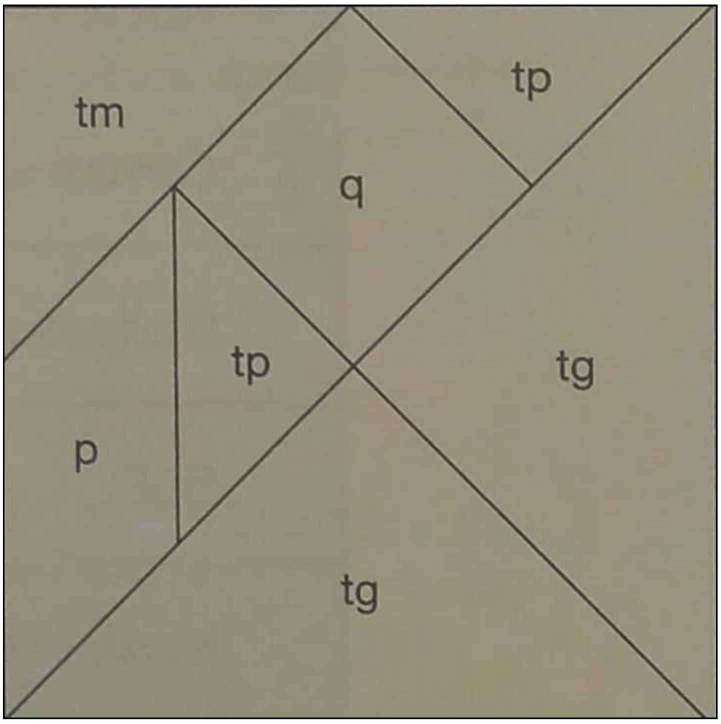
1) Represente, na forma de fração e com números na forma mista, a parte pintada nas figuras de cada item.



Atividade adaptada Bigode (2000, p. 77):

2) Considere o quadrado formado com as 7 peças do Tangram. Admitindo que a área deste quadrado é 1, expresse na forma fracionária as áreas a seguir:

Legenda:
q : área do quadrado
p : área do paralelogramo
tp : área do triângulo pequeno
tm : área do triângulo médio
tg : área do triângulo grande



a) tp
b) tm
c) tg
d) tp + q
e) p + q
f) 2 . tg + tm + 2. tp
g) tm + q + p + tp + tp
h) 2 . tg - tp
i) 2 . tg - tm
j) 2 . tg - (q + tp)

2. Respostas das atividades

1)

a) $\frac{4}{3}$; $1\frac{1}{3}$

b) $\frac{9}{4}$; $2\frac{1}{4}$

2)

a) $\frac{1}{16}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1+2}{16} = \frac{3}{16}$

e) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$

f) $2.\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + 2.\frac{1}{16} = \frac{2}{4} + \frac{1}{8} + \frac{2}{16} = \frac{8+2+2}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

g) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{8} + \frac{2}{16} = \frac{6+2}{16} = \frac{8}{16}$ ou $\frac{1}{2}$

h) $2.\frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{2}{4} - \frac{1}{16} = \frac{8-1}{16} = \frac{7}{16}$

i) $2.\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{4} - \frac{1}{8} = \frac{4-1}{8} = \frac{3}{8}$

j) $2.\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) = \frac{2}{4} - \left(\frac{2+1}{16}\right) = \frac{2}{4} - \frac{3}{16} = \frac{8-3}{16} = \frac{5}{16}$

APÊNDICE H – Plano de Aula 5

Carga horária: 2 períodos de 50 minutos.

Objetivos

- Interpretar gráficos de pizza e resolver expressões numericamente;
- Analisar a proporção das frações numericamente e geometricamente;
- Desenvolver as operações de multiplicação e divisão com frações por meio da forma numérica e algébrica.

Metodologia

Entregar aos alunos as atividades a serem realizadas. Após o desenvolvimento das mesmas, será realizada a correção, sempre que possível abrindo espaço para que os alunos se manifestem e expliquem qual a forma utilizada para o desenvolvimento de cada atividade.

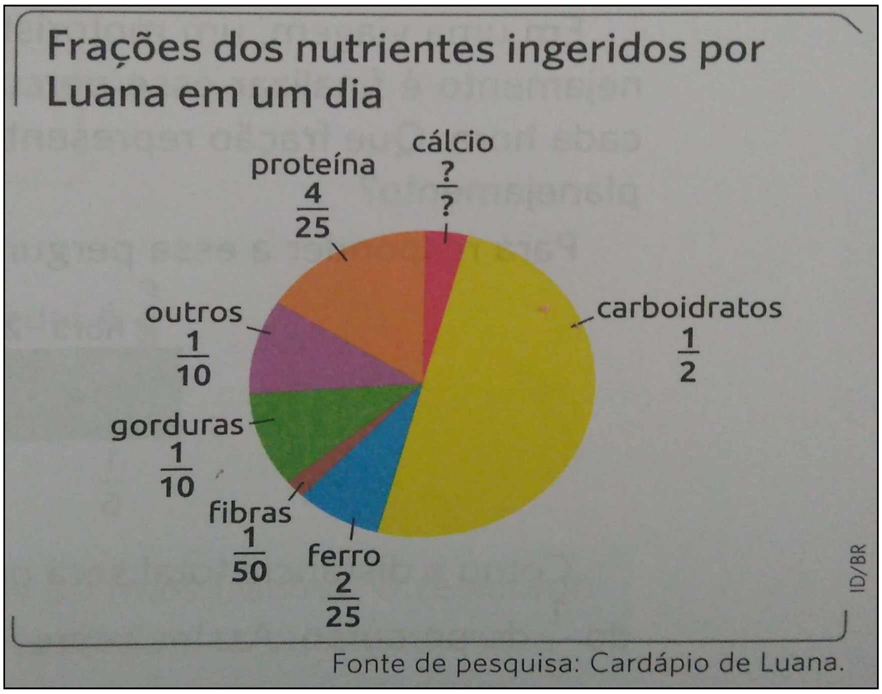
Materiais utilizados

Quadro, marcador para quadro branco e impressos.

Desenvolvimento da aula

1. **Aplicação das atividades**

Atividade de Chavante (2016, p. 171):
1) O gráfico apresenta as frações de nutrientes que Luana ingeriu em um dia.



Fonte de pesquisa: Cardápio de Luana.

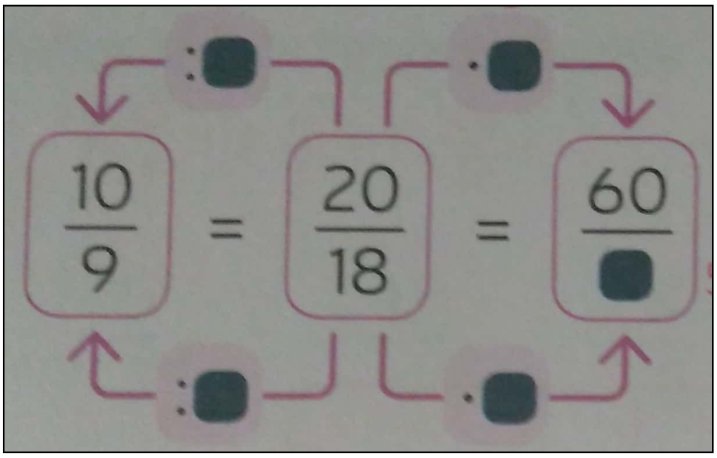
a) Qual nutriente corresponde à metade do total ingerido por Luana?
b) A quantidade de proteína consumida foi maior ou menor que a quantidade de gorduras? Justifique.
c) Que fração irredutível representa a quantidade:
- de fibras e gorduras juntas?
- de cálcio?
- de gorduras a mais que as fibras?

d) A quantidade de proteína que Luana ingeriu é maior, menor ou igual à quantidade de fibras, ferro e cálcio juntos? Qual é a diferença?

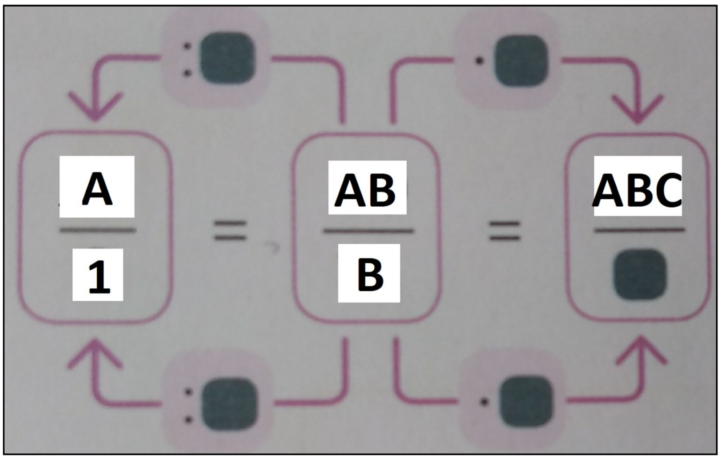
Atividade adaptada de Souza e Pataro (2015, p. 136):

2) Copie os esquemas substituindo cada  da forma adequada, considerando a operação informada.

a)



b) Agora, considerando A, B inteiros e B diferente de zero.



2. Respostas das atividades

1)

a) Os carboidratos.

b) Maior, porque $\frac{4}{25} > \frac{1}{10}$, pois $\frac{8}{50} > \frac{5}{50}$.

c)

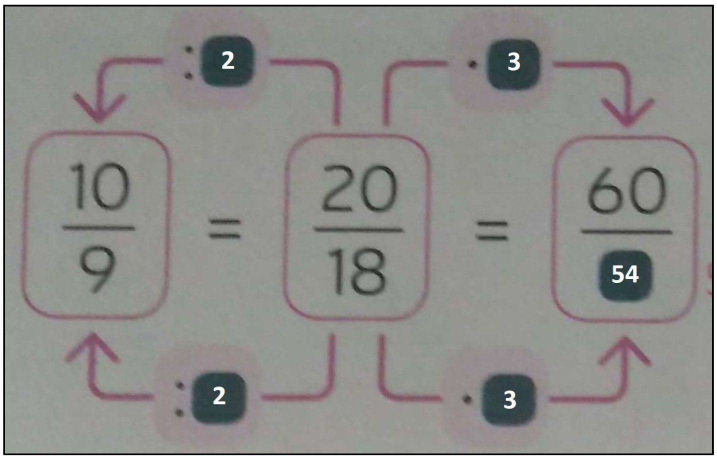
- $\frac{1}{50} + \frac{1}{10} = \frac{1+5}{50} = \frac{6}{50}$ ou $\frac{3}{25}$.
- $\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{25} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{50} + \frac{2}{25}\right) = \frac{1}{2} - \left(\frac{8+5+5+1+4}{50}\right) = \frac{1}{2} - \frac{23}{50} = \frac{25-23}{50} = \frac{2}{50}$ ou $\frac{1}{25}$.
- $\frac{1}{10} - \frac{1}{50} = \frac{5-1}{50} = \frac{4}{50}$ ou $\frac{2}{25}$

d) Maior, pois $\frac{8}{50} > \frac{1}{50} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} \rightarrow \frac{8}{50} > \frac{7}{50}$.

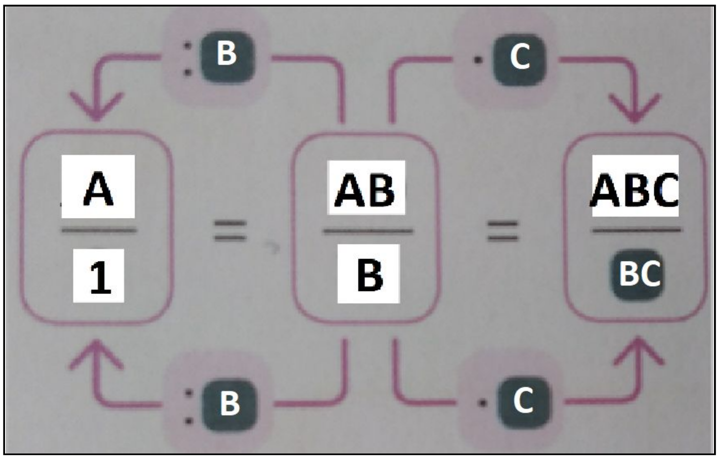
A diferença é $\frac{8}{50} - \frac{7}{50} = \frac{1}{50}$.

2)

a)



b)



Ou, Simplificando, a resposta fica “A”.

APÊNDICE I – Plano de Aula 6: Pós-teste

Carga horária: 1 período de 50 minutos.

Objetivos

- Apresentar domínio referente aos cálculos envolvendo frações equivalentes e operações com frações;
- Analisar figuras geométricas e resolver expressões numericamente;
- Apresentar familiaridade com a representação algébrica.

Metodologia

Entregar aos alunos o Pós-teste, contendo atividades a serem realizadas. Após o desenvolvimento das mesmas, realizar a correção, sempre abrindo espaço para que os alunos se manifestem e expliquem qual a forma utilizada para o desenvolvimento de cada atividade.

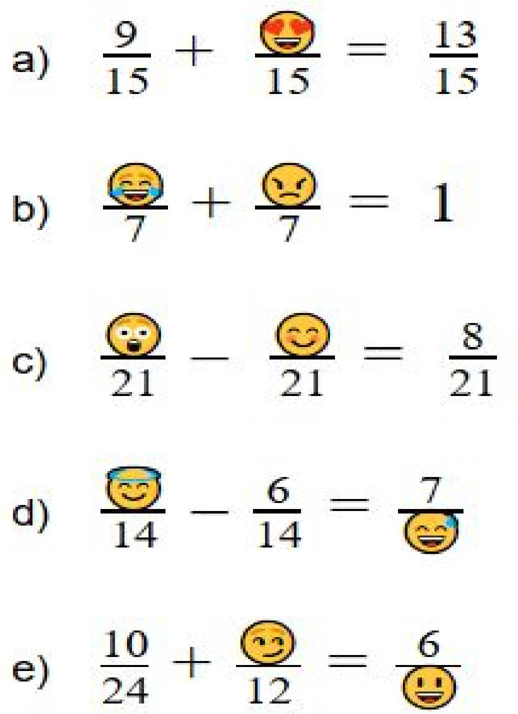
Materiais utilizados

Quadro, marcador para quadro branco e impressos.

1. **Aplicação do Pós-teste**

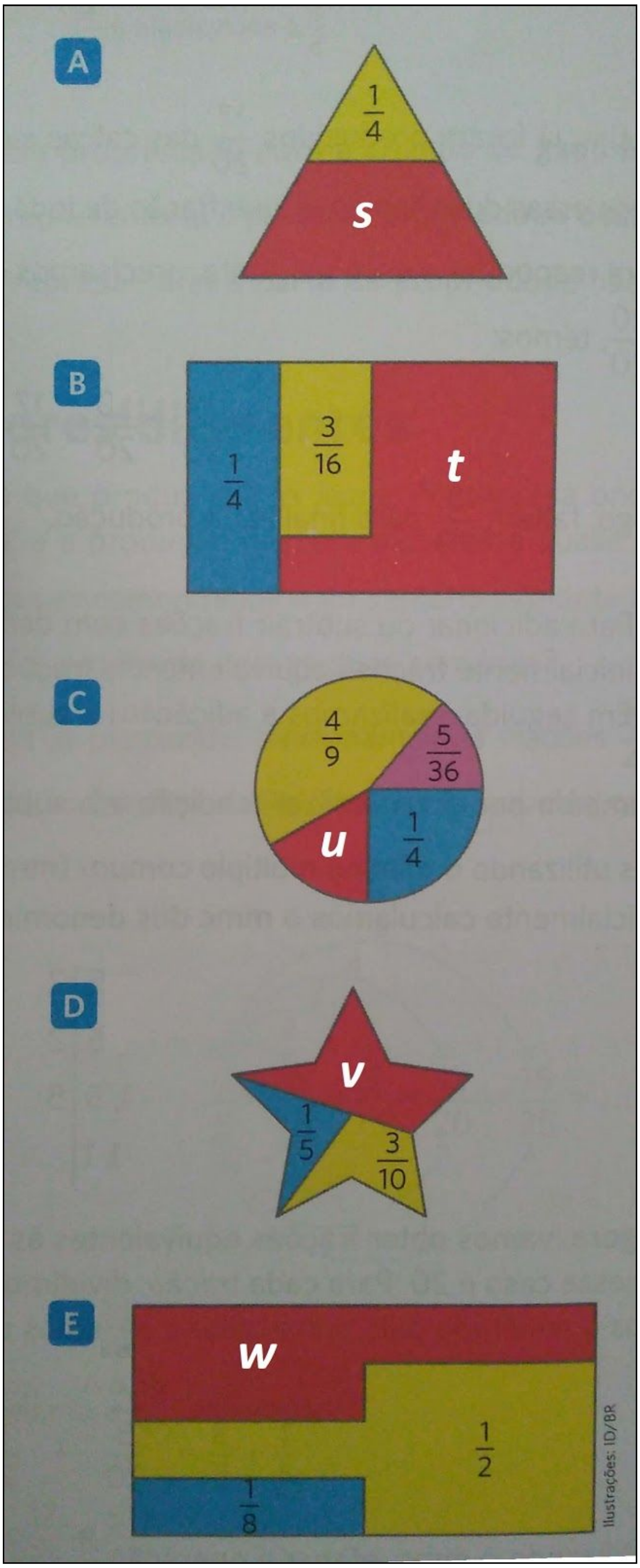
Atividade adaptada de Chavante (2016, p. 170):

1) Em cada item, copie e substitua os *emojis* pelo(s) número(s) adequado(s):



Atividade adaptada de Chavante (2016, p. 170):

2) Considerando cada figura como um inteiro, que fração corresponde a parte representada por ***s**, **t**, **u**, **v*** e ***w***?


A
1/4
s
B
1/4
3/16
t
C
4/9
5/36
1/4
u
D
v
1/5
3/10
E
w
1/2
1/8
Ilustrações: ID/BR

2. Respostas do Pós-teste

1)

a) $\frac{9}{15} + \frac{4}{15} = \frac{13}{15}$

b) Possível resposta: $\frac{6}{7} + \frac{1}{7} = 1$

c) Possível resposta: $\frac{20}{21} - \frac{12}{21} = \frac{8}{21}$

d) Possível resposta: $\frac{13}{14} - \frac{6}{14} = \frac{7}{14}$

e) Possível resposta: $\frac{10}{24} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12}$, pois $\frac{10+2}{24} = \frac{12}{24}$ ou $\frac{6}{12}$

2)

a) $s = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

$s = \frac{3}{4}$

b) $t = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16}\right) = 1 - \frac{4+3}{16} = 1 - \frac{7}{16} = \frac{16-7}{16}$

$t = \frac{9}{16}$

c) $u = 1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{36} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{16+5+9}{36}\right) = 1 - \frac{30}{36} = \frac{36-30}{36} = \frac{6}{36}$

$u = \frac{1}{6}$

d) $v = 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10}\right) = 1 - \frac{2+6}{10} = \frac{10-5}{10} = \frac{5}{10}$

$v = \frac{1}{2}$

e) $w = 1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\right) = 1 - \left(\frac{1+4}{8}\right) = \frac{8-5}{8}$

$w = \frac{3}{8}$